# 財政の持続可能性と物価水準の財政理論に関する

# 論点整理と実証分析

一橋大学大学院
経済学研究科　修士 2 年
及川景太

[要旨]

近年の政府債務残高の急速な拡大により「このままでは国の財政破綻は避けられない、早急に財政の健全化の道筋を作るべきである」という意見が急速に高まりつつある。本稿では「国の財政破綻」に関する経済理論として「財政の持続可能性」と「物価水準の財政理論」の 2 つの理論の論点整理と実証分析を行った。

「財政の持続可能性」は将来にわたる政府の予算制約式が満たされているかどうかを過去のデータを用いて推定するもので、「政府の異時点間予算制約式が満たされているかをデータより実証」する方法と、「政府は異時点間予算制約式を満たすような政策ルールを採っているかをデータより実証」する方法に分けることができる。

「物価水準の財政理論」はマクロの均衡式として政府の異時点間予算制約式をとらえ、その式をもとに、基礎的財政収支を政策変数とする財政政策が物価水準に対して影響を与えることができ、金融政策と財政政策の相互依存関係において均衡物価水準が存在することを主張する理論である。

「財政の持続可能性」と「物価水準の財政理論」は後者が前者を理論的に包摂している。「財政の持続可能性」の「政府の異時点間予算制約式が満たされているか」に注目する限りにおいてマクロでの物価水準の変動要因を捉えておらず、「政府は異時点間予算制約式を満たすような政策ルールを採っているか」という財政政策ルールに注目する限りにおいて金融政策との相互依存関係を無視している、という関係である。

本稿での実証分析によって得られた結論を述べると、「物価水準の財政理論」は 1980 年以前において成立している可能性が指摘されるが、1980 年以降(正確には 1976 年以降)では成立していない可能性が高いというものである。

[目次]

# １．はじめに

平成 16 年度一般会計予算約 82.1 兆円に対し、租税および印紙収入は 41 兆 7470 億円、歳出総額に占める割合を示す税収比率は 50.8%であった。公債発行額は前年度比 0.4%増の 36 兆 5900 億円まで膨らみ、公債金が歳出総額に占める公債依存度は 44.6%と最悪水準を更新している。公債の内訳を見てみると特例公債(赤字公債)が 30 兆 900 億円（前年度比 0.2%増）とこれも過去最高水準を更新し、建設国債が 6 兆 5000 億円（前年度比 0.2%増)となっている。

公債残高は 16 年度末には 483 兆円程度に達し（建設国債 222 兆円、特例国債 260 兆円）、公債その他の特別会計における借入金を加えた国の長期債務残高は 548 兆円程度に上る。さらに、国の債務に地方自治体分を加えた国の国と地方の長期債務残高は 719 兆円に跳ね上がる。これは日本の名目ＧＤＰの約 140%にもなり、他の先進諸国と比べても類を見ないほどの水準となっている。

このような近年の政府債務残高の急速な拡大により「このままでは国の財政破綻は避けられない、早急に財政の健全化の道筋を作るべきである」という意見が急速に高まりつつある。本稿では「国の財政破綻」に関する経済理論として「財政の持続可能性」と「物価水準の財政理論」の 2 つの理論の論点整理と実証分析を行った。

「財政の持続可能性」は将来にわたる政府の予算制約式が満たされているかどうかを過去のデータを用いて推定するもので、「政府の異時点間予算制約式が満たされているかをデータより実証」する方法と、「政府は異時点間予算制約式を満たすような政策ルールを採っているかをデータより実証」する方法に分けることができる。

「物価水準の財政理論」はマクロの均衡式として政府の異時点間予算制約式をとらえ、その式をもとに、基礎的財政収支を政策変数とする財政政策が物価水準に対して影響を与えることができ、金融政策と財政政策の相互依存関係において均衡物価水準が存在することを主張する理論である。

「財政の持続可能性」と「物価水準の財政理論」は後者が前者を理論的に包摂している。「財政の持続可能性」の「政府の異時点間予算制約式が満たされているか」に注目する限りにおいてマクロでの物価水準の変動要因を捉えておらず、「政府は異時点間予算制約式を満たすような政策ルールを採っているか」という財政政策ルールに注目する限りにおいて金融政策との相互依存関係を無視している、という関係である。

両理論に関するもうひとつの論点として「政府」と「中央銀行」を別個のものとして扱わず、ひとつの「政府」として扱うことを指摘しておく必要がある。なぜこのような必要性があるかと言うと、政府は中央銀行に貨幣の独占的な発行件とその流通の保証を付与する一方で、貨幣発行益(シニョレッジ)の配分をいわば株主の配当として受けている。また、中央銀行のバランスシート上の資産には国債が多く存在し、中央銀行の負債を支える資産たる国債は、政府の負債である。このように政府と中央銀行は特に財務的な関係において

非常に密接な関係となっているからである。特に FTPL の理論は「政府」と「中央銀行」の関連性に非常に立脚している理論である。

本稿の構成は次の通りである。２．では「財政の持続可能性」に関する論点の整理と先行研究の実証分析に関して簡単なサーベイを行っている。３．では「物価水準の財政理論」に関する論点の整理と先行研究の実証分析に関して簡単なサーベイを行っている。４．では実証分析に利用するデータの構築を行っている。５．では「物価水準の財政理論」に関する実証分析を行い、それから得られる結果を解釈している。6．は本稿のまとめである。

## ２．財政の持続可能性

財政の持続可能性は、はじめにでもふれたように、将来にわたる政府の予算制約式が満たされているかどうかを過去のデータを用いて推定するもので、「政府の異時点間予算制約式が満たされているかをデータより実証」する方法と、「政府は異時点間予算制約式を満たすような政策ルールを採っているかをデータより実証」する方法に分けることができる。

近年の累積債務残高の急速な増加を背景に、土居・中里（2004）ほか数多くの研究者によって日本の政府債務の持続可能性の実証研究がなされている。ここでは、それらの先行研究の結果とともに推定式等を詳しく見ていく。

### ２．１中立命題と動学的効率性

政府債務が持続可能であるとは、無限先の将来まで考えた政府の予算制約式が満たされているかどうかである。ｔ期における政府の予算制約式が、

$$G_t + (1 + r_t)B_{t-1} = R_t + B_t$$

であるとする。ここで、$G_t$は実質政府支出（利払費は除く）、$B_t$は実質政府債務残高、$R_t$は実質税収、$r_t$は実質利子率である。これを無限先までの異時点間予算制約式に書き換えると次のような式になる。

$$B_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{i} (1 + r_{t+j})^{-1} S_{t+i} + \lim_{n \to \infty} E_t \prod_{j=1}^{i} (1 + r_{t+j})^{-1} B_{t+n} \qquad (1)$$

ここで、$S_t = R_t - G_t$であり、いわゆる基礎的財政収支黒字(primary surplus)である。この式を満たすような財政運営を過去から現在の政府は行っているかを実質政府支出、実質政府債務残高、実質税収の３変数の時系列を検証することで実証するというのが政府債務の持続可能性の実証研究の基本的な方法である。

ここで、政府債務の持続可能性を考える上ではじめに考える必要があるのは政府債務の持続可能性を考えなくても良い経済環境にあるか否かである。政府債務の持続可能性を考えなくても良い経済環境とは、①公債の中立命題（リカード・バローの中立命題）が成り立っている場合と②動学的非効率性が成り立っている場合、そして③物価水準の財政理論が成り立っている場合、である。

①の公債の中立命題の意味は、あらゆる経済主体が政府の予算制約を自らの予算制約に含めて最適化行動を行っているため、公債残高の多寡がマクロ経済に及ぼす影響はないというものであり、表現を変えれば、政府の予算制約が満たされないような経済活動を行うことが無いということである。そのため、公債の中立命題が成り立っている場合、政府の持続可能性は検証するまでも無く成り立っているといえる。しかし、公債の中立命題の成立条件は厳しく、基本的には(1)経済主体は無限期間の計画期間をもつ、(2)家計は流動性

制約に直面していない、(3)租税は非撹乱的(ゆがみをもたらさない)、といった仮定を満たしていなければならない。公債の中立命題に関する最近の実証分析では本間（1996）やIhori,Doi and Kondo(2001)などがあるが、日本では公債の中立命題は成立していないという実証結果となっている。

②の動学的非効率であるという経済環境は、Abel,Mankiw,Summers and Zeckhauser(1989)の言葉を借りると、「人口成長率が定常状態での資本の限界生産力より大きい場合、つまり経済が稼ぎ出した利潤以上に投資をしている状態を、その経済が動学的非効率な状態にあるという」ことになる。いわば、資本が過剰蓄積にある状態を言うため、将来世代の消費水準を減らすことなく、現世代が資本を食いつぶして消費量を増やすことができるため、動学的（現世代と将来世代という経済主体間）でパレート改善しうる均衡に移行できるため、動学的(パレート)非効率と呼ばれる。公債残高との関係で考えれば、経済成長率より公債利子率が低い状況にある場合であり、より具体化して考えると、経済成長率＝人口成長率と考えたとき、人口成長率＞公債利子率から財政赤字の規模が一定である限り、国民1人あたり公債残高は減少していくため公債の持続可能性を考える必要が無くなる。Abel,Mankiw,Summers and Zeckhauser(1989)では、アメリカとその他Ｇ７諸国のデータを用いて不確実性がある経済での動学的効率性の実証分析を行っており、日本において動学的効率性が満たされていることを示した。

③は物価水準の財政理論が成り立つ経済環境にある。この理論は、はじめにでも述べたように、マクロの均衡式として政府の異時点間予算制約式をとらえ、その式をもとに、基礎的財政収支を政策変数とする財政政策が物価水準に対して影響を与えることができ、金融政策と財政政策の相互依存関係において均衡物価水準が存在することを主張する理論である。この理論は次章でも扱うためここでは指摘しておくのみにとどめておく。

公債の中立命題が成り立っておらず、動学的効率性を満たす経済であることが確認されたのち、政府債務の持続可能性を検証するというのがこれまでの先行研究での実証分析の流れである。この、持続可能性を検証する方法には、「直接横断性条件を検証する方法」と「共和分分析による間接的横断性条件を検証する方法」と「債務残高対 GDP 比と基礎的財政収支対 GDP 比が横断性条件を満たすような財政運営ルールに則っているかを検証する方法」の３つが提案されている。それぞれの方法のメリット・デメリットに触れながら紹介していく。

## ２．２政府債務の持続可能性の実証研究

### ２．２．１直接横断性条件を検証する方法

Hamilton and Flavin(1986)は、政府債務の持続可能性を、政府の無限期間の予算制約式（1）の右辺第2項がゼロとなる、つまり

$$\lim_{n\to\infty} E_t \prod_{j=1}^{i} (1+r_{t+j})^{-1} B_{t+n} = 0$$

を満たすことであるとした。この式は無限期先の公債残高の割引現在価値がゼロとならなければならないという動学モデルの No Ponzi Game 条件となっている。

次に、実際の実証分析で推定する式を見ていく。Hamilton and Flavin(1986)では実質利子率を推定期間での平均値を用いて毎期一定と仮定し、$E_t \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^{i} (1+r_{t+j})^{-1} S_{t+i}$ が $S_t, S_{t-1}, \cdots, S_{t-p+1}$ で説明することができ(理由は補論 A にて後述する)、誤差項の系列相関が $B_t, B_{t-1}, \cdots, B_{t-p+1}$ で除去できると仮定すると、上の予算制約式から導き出される推定式は、

$$B_t = c_0 + A_0(1+r)^t + c_1 B_{t-1} + \ldots + c_p B_{t-p} + b_0 S_t + b_1 S_{t-1} + \ldots + b_{p-1} S_{t-p+1} + \varepsilon_t \qquad (2)$$

となる。

Hamilton and Flavin(1986)では 1960 年度～1984 年度までのアメリカの財政データを用いて実証分析を行い、アメリカの政府債務は持続可能であると結論付けた。アメリカは 1980 年に入り財政赤字が急速に拡大し、財政再建が騒がれだした時代であり、その中で政府債務の持続可能性を時系列データにより検証したことの意味は大きいものであったと想像できる。

ただし、注意しておかなければならないのは、財政変数の時系列が定常性を持たなければならず、非定常である場合にはこの手法は利用することができない。

また割引率が結果に対して大きな影響を持つことも指摘しておかなければならない。Wilcox (1989)は割引率を平均値ではなく事後的な実質利子率(名目利子率－インフレ率)を用いて Hamilton and Flavin(1986)と同じ推定期間で検証したところ持続可能でないとの結果が得られた。

さらに、不確実性を考慮に入れた経済で持続可能性を検証するためには割引率に実質利子率ではなく消費の異時点間代替率を利用すべきであることを Bohn (1995)が示しており、割引率に何を選ぶかは非常に重要なテーマになっている。

日本に関して同様な手法を用いて検証したものに Fukuda and Teruyama(1994)、土居・中里(1998)がある。Fukuda and Teruyama(1994)では中央政府の一般会計データを用いて推計を行い、日本の政府債務は持続可能であると実証しているが、土居・中里(1998)では、日本の中央政府と地方政府の財政連携の深さを考慮し、1957 年度～1995 年度までの一般政府(中央政府と地方政府をあわせたもの)の財政データを用いて Hamilton and Flavin(1986)の方法と Bohn (1995)の方法を推計し、日本の政府債務が持続可能でないとの仮説を棄却している。

### ２．２．２共和分分析による間接的横断性条件を検証する方法

Haug(1991)は共和分分析を用いて政府債務の持続可能性を検定する手法を提起した。共和分分析は、財政変数の時系列が非定常であっても利用することができ、財政変数の時系列に定常性が求められた Hamilton and Flavin(1986)の方法にはないメリットがある。

政府の無限期間の予算制約式（１）で実質利子率が期間を通じて一定の期待値を持つとすると次のように書き直すことができる。

$$B_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} S_{t+i} + \lim_{n\to\infty} E_t (1+r)^{-n} B_{t+n}$$

ここで、$r$ は実質利子率の期待値とする。上の式の階差をとると、以下のように計算することができる。

$$\Delta B_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} \Delta S_{t+i} + \lim_{n\to\infty} E_t (1+r)^{-n} B_{t+n}$$

ここで、$G_t + (1+r_t) B_{t-1} = R_t + B_t \Leftrightarrow \Delta B_t = r_t B_{t-1} - S_t$ を用いると

$$r_t B_{t-1} - S_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} \Delta S_{t+i} + \lim_{n\to\infty} E_t (1+r)^{-n} B_{t+n}$$

と書き直すことができる。

$R_t$ と $G_t$ がそれぞれ $I(1)$ の非定常系列であってもその階差は定常系列になり、それらの定常系列からなる $E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} \Delta S_{t+i}$ も定常系列となる。すると、政府が無限期間の予算制約を満たすつまり、$\lim_{n\to\infty} E_t (1+r)^{-n} B_{t+n} = 0$ を満たしているならば、

$$r_t B_{t-1} - S_t = E_t \sum_{i=1}^{\infty} (1+r)^{-i} \Delta S_{t+i} \qquad (3)$$

となり、左辺の $r_t B_{t-1}$ と $S_t$ がベクトル $[1,-1]$ で共和分していれば、政府債務の持続可能性が示されたということになる。

同様な手法を用いている論文には Hakkio and Rush(1991)などがある。Hakkio and Rush(1991)では、ベクトル $[1,-1]$ で $R_t$ と $(G_t + rB_{t-1})$ が共和分しているか否かで検定を行っている。

ただし、非定常過程でも使用可能とはいえ、同次でなければ共和分しようがなく、それほど使い勝手のよい検定方法とはいえない。そのデメリットを克服しているのが次の Bohn(1998)の検定方法である。

表 1 政府の予算制約に基づく持続可能性の検証

| 著者 | 対象 | 使用時系列と対象期間 | 検証方法 | 結論 |
|---|---|---|---|---|
| Hamilton and Flavin (1986) | アメリカ | 実質債務残高:1960～1984 年度データ<br>実質財政余剰:1960～1984 年度データ<br>割引率:1960～1984 年度の事後的な実質利子率の平均値 | 予算制約式を直接推計<br>非説明変数:実質債務残高<br>説明変数:実質利子率平均値の累乗<br>実質財政余剰<br>実質債務残高のラグ | 持続可能 |
| Wilcox (1989) | アメリカ | 割引実質債務残高:1960～1984 年度データ<br>割引実質財政余剰:1960～1984 年度データ<br>割引率:1960～1984 年度の事後的な実質利子率 | 予算制約式を直接推計<br>非説明変数:割引実質債務残高<br>説明変数:割引実質財政余剰<br>割引実質債務残高のラグ | 持続可能でない |
| Blanchard et al (1990) | OECD | 実質政府支出(移転支出を除く)対 GNP 比:1979～1989 年度データ<br>実質政府支出(移転支出)対 GNP 比:1979～1989 年度データ<br>実質利子率:1979～1989 年度データ<br>実質税収対 GNP 比:1979～1989 年度データ<br>実質債務残高対 GNP 比:1979～1989 年度データ<br>実質 GNP 成長率:1979～1989 年度データ | 予算制約式から最適税率を算出<br>最適税率と現在の税率とのギャップを算定し持続可能性を検証 | 日本:短期・中期の指標では持続可能な税率<br>長期では持続可能でない<br>アメリカ:短期・中期の指標では持続可能な税率<br>長期では持続可能でない |
| Trehan and Walsh (1988) | アメリカ | 実質政府支出:1890～1983 年度データ<br>実質税収:1890～1983 年度データ | 共和分検定(系列 1 と系列 2 が[1,−1]の関係があるか)<br>時系列1:実質政府支出<br>時系列2:実質税収 | 持続可能 |
| Hakkio and Rush (1991) | アメリカ | 実質政府支出:1950:2～1988:4 四半期データ<br>実質政府支出対 GNP 比:1950:2～1988:4 四半期データ<br>実質政府支出対人口比:1950:2～1988:4 四半期データ<br>実質税収:1950:2～1988:4 四半期データ<br>実質税収対 GNP 比:1950:2～1988:4 四半期データ<br>実質税収対人口比:1950:2～1988:4 四半期データ | 共和分検定(系列 1 と系列 2 が[1,−1]の関係があるか)<br>時系列1:実質政府支出(3 つ)<br>時系列2:実質税収(3 つ)<br>対象時系列を<br>①全期間<br>②1964:1～1988:4<br>③1976:3～1988:4<br>に分け検定 | 持続可能でない |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Haug (1991) | アメリカ | 実質財政余剰:1960:1～1987:4 四半期データ<br>実質債務残高:1960:1～1987:4 四半期データ | 共和分検定(系列 1 と系列 2 が[−1, $\alpha$]の関係があるか)<br>時系列1:実質財政余剰<br>時系列2:実質債務残高<br>※$\alpha$ は OLS で検出 | 持続可能 |
| Ahmed and Rogers (1995) | アメリカ<br>イギリス | 実質政府支出:1792～1992(米)1692～1992(英)<br>実質税収:1792～1992(米)1692～1992(英)<br>実質輸出高:1790～1992(米)1697～1992(英)<br>実質輸入高:1790～1992(米)1697～1992(英)<br>実質生産高:1889～1992(米)1830～1992(英)<br>実質消費:1889～1992(米)1830～1992(英)<br>実質投資:1889～1992(米)1830～1992(英)<br>実質債務残高:1792～1992(米)1692～1992(英)<br>実質国外債務残高:1889～1992(米)1830～1992(英) | 共和分検定(系列 1 と系列 2 と系列 3 が[1,−1,−1]の関係があるか)<br>時系列1:実質税収<br>時系列2:実質政府支出<br>時系列3:実質利払い費<br>単純な政府予算制約の検定に加え、<br>外債予算制約の検定<br>開放経済のバランスの検定<br>も行っている | アメリカ、イギリスとも持続可能 |
| Fukuda and Teruyama (1994) | 日本 | 実質財政余剰:1965～1992 年度データ<br>実質債務残高:1965～1992 年度データ | 予算制約式を直接推計<br>非説明変数:実質債務残高<br>説明変数:複数の実質利子率の累乗<br>実質財政余剰<br>実質債務残高のラグ<br>共和分検定も行う | 持続可能 |
| 加藤 (1997) | 日本 | 実質財政余剰:1947～1994 年度データ<br>実質債務残高:1947～1994 年度データ | 共和分検定 | 持続可能でない |
| 土居・中里 (1998) | 日本 | 実質財政余剰:1957～1995 年度データ実質債務残高:1957～1995 年度データ※2 系列ともに一般政府(中央・地方政府を統合したもの) | 予算制約式を直接推計非説明変数:実質債務残高説明変数:複数の割引率の累乗 実質財政余剰<br>実質債務残高のラグ※割引率に実質利子率と異時点間代替率を使用 | 持続可能 |

### 2．2．3公債残高対 GDP 比と基礎的財政収支対 GDP 比の財政運営ルールを検証する方法

Bohn(1998)は公債残高対 GDP 比と基礎的財政収支対 GDP 比の関係に注目し、これまでとは違った政府債務の持続可能性の検定方法を提案した。

政府の予算制約式が次のように表されるとする。

$B_{t+1} = (B_t - S_t)(1 + r_{t+1})$

経済は成長するので GDP 比で考えることにする。

$b_{t+1} = x_{t+1}(b_t - s_t)$

ここで、$b_t = B_t / Y_t$（政府債務残高対 GDP 比）、$s_t = S_t / Y_t$（基礎的財政収支黒字対 GDP 比）、$x_{t+1} = (1 + r_{t+1})Y_t / Y_{t+1} \approx 1 + r_{t+1} - y_{t+1}$（政府債務の実質リターンと所得の実質成長率の比）となっている。先に示したように、公債残高対 GDP 比と基礎的財政収支対 GDP 比の構造的な関係式を求めるため、以下のような式を考える。

$$s_t = \rho \cdot b_t + \alpha \cdot Z_t + \varepsilon_t = \rho \cdot b_t + \mu_t \quad (4)$$

ここで、$Z_t$ は債務残高以外の基礎的財政収支の決定要因であり、$\varepsilon_t$ は誤差項である。この式を推計することを考える場合 $\mu_t$ を単なる誤差項として扱うことには問題がある。本来含めるべき説明変数を落としてしまうという潜在的な問題があるため、何らかの理論に基づいた推計式を立てる必要がある。

そこで利用する式が、Barro(1979)の課税平準化モデルである。Barro(1971)は被説明変数を税収とし、説明変数に一時的な政府支出の変動 $GVAR$ と景気循環指標 $YVAR$ を加えて、税収が、恒常的な政府支出と恒常的な債務残高のみに依存するというモデルを推計した。

この課税平準化モデルの被説明変数である税収から利払費を除く政府支出を差し引けば基礎的財政収支が出現する。よって、$Z_t$ の要素に一時的な政府支出の変動 $GVAR$ と景気循環指標 $YVAR$ を選ぶことで公債残高対 GDP 比と基礎的財政収支対 GDP 比の構造的な関係式を構築すると以下のように表現できる。

$$s_t = \rho \cdot b_t + \alpha_0 + \alpha_G \cdot GVAR_t + \alpha_Y \cdot YVAR_t + \varepsilon_t \quad (5)$$

あとは、この式を推計し、$\rho$ が有意に正となるかを検証すればよい。

$\rho$ が正であるとなぜ政府の予算制約を満たす財政運営ルールとなるかは３．にて詳しく説明するが、ここでの $\rho$ が正とはどういった意味合いを持つのだろうか。$\rho$ が正であるということは債務残高が増加するような場合に、基礎的財政収支を黒字にするような財政政策を行うということである。さらに説明変数に一時的政府支出変動と景気循環指標が加えられているため $\rho$ は基礎的財政収支、債務残高それぞれから一時的変動要因を取り除いた場合の関連性を示しているといえるため、$\rho$ が正であることが長期的な政府の予算制約を満たす指標となることが理解されよう。

Bohn(1998)の方法で日本の実証分析を行ったものに土居・中里(2004)がある。推定期間を 1956～2000 年度、1965～2000 年度のデータを使って推計しているが、パラメータは正を示しているものの、有意でないとされる推計が目立っている。結論としては、2000 年度末

の時点において、従来の財政運営を継続したまま国有資産売却などではなく租税で償還することを前提として、日本の一般政府債務は持続可能でなく、特に、1990 年代初頭までは持続可能となる財政運営を行っていたが、1990 年代中葉以降の財政運営によって持続可能ではなくなる方向に財政運営が行われたと結論付けている。

### ２．３財政の持続可能性の課題

財政の持続可能性に関する実証分析の変遷が政府予算制約式の横断性条件の検定から、政府の財政運営ルールを検定する方法であることを示してきたが、ともに過去の長期の時系列データを用いて検定してきた。しかし、時系列データを用いることの大きな前提としてその時系列がその対象期間において同一のデータ生成過程に従っているという仮定がある。日本に関する実証研究では1960年からのデータを利用しているものが多いが、その1960年からデータ生成過程が同一であるという前提に立ち、実証分析していることには注意が必要である。また、仮にそれが正当化される場合に、これらの研究によって財政の持続可能性が満たされないとする結論になったとしても、それは直ちに将来の運営に疑問視をするようなものではなく、これまでの運営スタイルでは債務は将来的に発散してしまうということを示しているに過ぎない。さらに、何度も触れているが、物価水準に財政が与える影響を考慮していない分析でもあるため理論的に片手落ちになっている向きがあることにも注意する必要がある。

## ３．物価水準の財政理論

物価水準を決定に関する伝統的な経済理論は、貨幣数量説である。貨幣数量説は経済全体の貨幣量が増加すれば、実質での生産量がそれに伴って増加しない限り、物価水準を引き上げるとする考え方である。この背景にあるものは名目と実質の明確な分離であり、実質に与える貨幣の影響は貨幣錯覚など間接的に影響を与える程度に過ぎないと考えられてきたため、物価水準を決定するのはもっぱら中央銀行による金融政策によってのみであると考えられてきた。

一方、物価水準の財政理論は物価水準に対して財政政策が影響を与えることを主張するものである。ここで、簡単に理論に触れておくと、政府の通時的な予算制約式を満たすためには、実質ベースでの基礎的財政収支黒字の現在から将来までの割引現在価値と現在発行済みの実質債務残高(名目債務残高／現在の物価水準)が等しくなければならず、政府の財政政策の結果である実質基礎的財政収支黒字の将来にわたる流列と実質債務残高が一致するように物価は調整されることを主張している。

なぜ、中央銀行の(形式上の)債務である貨幣の価値たる物価水準と国債がリンクするのであろうか。それは、政府と中央銀行との密接な関係にある。政府は中央銀行に貨幣の独占的な発行件とその流通の保証を付与する一方で、貨幣発行益(シニョレッジ)の配分をいわば株主の配当として受けている。また、中央銀行のバランスシート上の資産には国債が多く存在し、中央銀行の負債を支える資産たる国債は、政府の負債である。このように政府と中央銀行は特に財務的な関係において非常に密接な関係となっているのである。

ここでは物価水準の財政理論に関する論点の整理と先行研究の実証分析に関して簡単なサーベイを行っている。

### ３．１．基本モデル

以下、モデルを設定し、具体的に物価水準の財政理論を見ていこう。この経済には家計と政府、2 つの経済主体が存在している。

まず、家計の目的関数である効用関数と第 t 期の合理的な家計の予算制約式は次のように表すことができる。

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, \frac{M_t}{p_t}\right) \quad \text{【money-in-utility】}$$

$$M_t^d + \frac{1}{1+i_t} B_t^d = [M_{t-1}^d + B_{t-1}^d] + p_t y_t - T_t - p_t c_t$$

ここで、$M_t^d$ は t 期末の家計の貨幣保有残高であり、$B_t^d$ は t 期末の家計の来期(t+1)に満期を迎える国債保有残高を示し、$i_t$ はt期からt＋1 期にかけての短期名目金利、 $p_t$ はt期の物

価水準、$y_t$ はt期の実質生産高、$T_t$ はt期の名目税額、$c_t$ はt期の実質消費量である。これを、非ポンジーゲーム条件[1]を考慮して通時的な予算制約式に書き直すと次のようになる。

$$\sum_{j=0}^{\infty} i_{t,t+j}[p_{t+j}c_{t+j} + \frac{i_{t+j}}{1+i_{t+j}}M_{t+j}^{d}] = [M_{t-1}^{d} + B_{t-1}^{d}] + \sum_{j=0}^{\infty} i_{t,t+j}[p_{t+j}y_{t+j} - T_{t+j}]$$

ここで、

$$i_{t,t+j} = \frac{1}{(1+i_t)\times(1+i_{t+1})\times\cdots\times(1+i_{t+j-1})}$$

である。

次に、家計の効用関数から t 期と t＋1 期で満たしているべき効用最大化条件を考える。多期間での効用最大化の一階条件より、消費のオイラー方程式と貨幣需要関数が得られる。消費のオイラー関数は以下のような式となる。

$$u_c(c_t, \frac{M_t}{p_t}) = [(1+i_t)\frac{p_t}{p_{t+1}}]\beta u_c(c_{t+1}, \frac{M_{t+1}}{p_{t+1}})$$

ここで、$\beta$ は家計の主観的割引因子を示している。両辺で t 期と t＋1 期の限界効用が一致していることが読み取れよう。この式を変形するとフィッシャー方程式が得られる。

$$1+i_t = (1+r)\frac{p_{t+1}}{p_t}$$

ただし、

$$1+r \equiv \beta^{-1}\frac{u'(c_t)}{u'(c_{t+1})}$$

で定義される自然利子率である。

次に政府を考える。政府は家計から税金 $T_t$ を徴収し、実質ベースで政府支出 $g_t$ の支出を行う。また、貨幣、国債を市場に供給するのも政府である。

この経済における均衡条件を考えると以下の 3 式が導き出される。

$$M_t = M_t^d$$

$$B_t = B_t^d$$

$$y_t = c_t + g_t$$

上記 3 式と、フィッシャー方程式を先の通時的な予算制約式に代入すると次の式が得られる。

---

[1] 非ポンジーゲームは最終的に借金を残してはいけないという条件であり、数式では、

$$\lim_{T\to\infty} i_{t,T}[M_T^d + B_T^d] \geq 0$$

と表現される。

$$\frac{M_{t-1}+B_{t-1}}{p_t}=\sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r}\right)^j E_t\left[s_{t+j}+\frac{i_{t+j}}{1+i_{t+j}}\frac{M_{t+j}}{p_{t+j}}\right] \qquad （6）$$

ここで、$s_t \equiv T_t/p_t - g_t$(実質基礎的財政収支黒字)である。

この式は物価水準の財政理論のもっとも基本的な式といってよい。左辺は現時点で決定済みである政府債務の実質値であり、右辺は実質基礎的財政収支黒字と実質貨幣鋳造益の無限期先までの割引現在価値を足したものである。左辺と右辺が経済の一般均衡として一致することを上記の式は主張しているのである。

## ３．２．財政政策ルールと金融政策ルール

経済の均衡では（6）が成立することを示したが、これはいかなる場合にも（6）が成り立っているということである。この均衡式と政策がどのようにかかわっているかをより具体的に見ていこう。物価水準の財政理論は財政政策が物価水準に影響を与えることを主張するものであると上で述べたが、正確には「ある財政政策パターンとある金融政策パターンとの組み合わせの政策がとられている場合、財政政策が物価水準に影響を与える」と主張するものである。（6）式において財政政策が決定するものは基礎的財政収支黒字$s_t$の流列であり、金融政策が決定するのは名目短期金利$i_t$である。それぞれの政策決定ルールは基本的にはそれぞれの政策当局が独立に決定する。物価水準の財政理論では財政政策と金融政策 2 つの政策決定ルールの関係が非常に重要な影響を結果に与えることになる。

それでは、財政政策と金融政策は具体的にどのような政策があると物価水準の財政理論は考えているのだろうか。財政政策に関しては「リカーディアン型財政政策ルール」と「非リカーディアン型財政政策ルール」の 2 つであり、金融政策に関しては「能動型金融政策ルール」と「受動型金融政策ルール」の 2 つである。

2 つの財政政策ルールには「リカーディアン」という文字が入っているがこれは、リカード・バローの等価定理(公債の中立命題)でも有名なデビット・リカードのリカードである。公債の中立命題とは公債調達による減税を現在時点で行っても将来時点で財政収支を合わせるために増税されることを正確に消費者が予測する限り消費支出に影響を与えることがない(マクロ経済に影響を与えない)というものである。財源調達に公債を利用する場合、当然消費者の所有する公債残高が増加し、この公債残高が純資産と認識されるのならば資産効果が働くことで、消費者は消費支出を増加させる。しかし、この公債も将来的には償還されるはずであり、償還のために同額の増税が生じるのであれば所有する公債残高は純資産とはならない。純資産が増加しないのならば資産効果も働かず、結果消費支出が増加することはない。逆に言えば、償還のために増税が生じないのであれば資産効果が生じ、消費支出が増加する可能性がある。よって、この命題が成立する鍵のひとつとして現時点での財政余剰の不足を将来時点での増税によってまかなうという財政政策ルールを政府がとることを指摘されることが理解されよう。「リカーディアン型財政政策ルール」とは公債の

中立命題で仮定されている財政政策ルールであり、「非リカーディアン型財政政策ルール」とはそのような調整を行わない財政政策ルールである。「リカーディアン型」の場合、基礎的財政収支黒字$s_t$の流列は（6）を満たすように決定されるのみで、どんな物価水準や名目金利の流列に対しても常に成り立つような流列となり、一意に決定されない。「非リカーディアン型」の場合は、（6）を満たすということを考えて財政政策運営されていない(できない)ため、政治的な関係によって一意に決定される。財政政策ルールの定式的な詳細は補論 B で後述する。

一方、2 つの金融政策ルールは、ここでも詳しくは補論 C に譲るが、中央銀行の設定する目標インフレ率を達成するための名目短期利子率$i_t$と貨幣量$M_t$の将来にわたる流列が一意に決まるような金融政策ルールの場合を「能動的」、そうでない場合、つまり名目短期利子率$i_t$と貨幣量$M_t$の将来にわたる流列が一意に決まらない金融政策ルールの場合を「受動的」と呼んでいる。渡辺・岩村(2004)で示されている具体的なケースを考えてみる。現在のインフレ率が目標インフレ率を 1%上回っている場合、「能動的」な金融政策運営を行う中央銀行は 1%以上名目短期金利を引き上げることで実質金利が上昇しインフレが抑制されるが、このような政策運営を行うと名目短期利子率$i_t$と貨幣量$M_t$の将来にわたる流列は毎期のインフレ率を目標インフレ率とするように一意に決定される。「受動的」な金融政策運営の場合は引き上げる名目短期金利が 1%に満たないような政策で、実質金利が十分に引きあがらずインフレの抑制に失敗、名目短期利子率$i_t$と貨幣量$M_t$の将来にわたる流列も一意に決定されない。中央銀行の目標が目標インフレ率の達成ではなく、ただ（6）を満たすように名目金利の誘導を行っている場合で、「受動的」な金融政策運営を行っていると考えることができよう。

### ３．３．政策ルールと均衡の安定性

次は財政政策と金融政策と均衡の存在に関する関係である。（6）式をもう一度見ておく。

$$\frac{M_{t-1}+B_{t-1}}{p_t}=\sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r}\right)^j E_t\left[s_{t+j}+\frac{i_{t+j}}{1+i_{t+j}}\frac{M_{t+j}}{p_{t+j}}\right]$$

現在及び将来の物価水準$p_t$の流列が決定されるには先決変数である$M_{t-1}$と$B_{t-1}$を抜かせば財政政策ルールによって決まる$s_t$の流列と、金融政策によって決まる$i_t$の流列が決定されなければならない（$M_{t+\tau}$は金利が決定することによって貨幣需要関数より決定する)。また、ただ決定されるのではなく、あくまで（6）式を満たすように決定されなければならない。

財政政策ルールと金融政策ルールはそれぞれ 2 つずつあったので、考えられる政策の組み合わせは「リカーディアン型・能動型」、「リカーディアン型・受動型」、「非リカーディアン型・能動型」、「非リカーディアン型・受動型」の 4 つである。

「リカーディアン型・能動型」の場合、財政政策は$s_t$ 以外の変数がいかなる値(流列)を持

とうとも（6）を満たすように受動的に決定され、金融政策は目標インフレ率(よって将来にわたる物価水準の流列)を達成するために $i_t$ が外生的に決定される。このとき、言うまでもなくすべての変数の流列が一意に決定されており、均衡は安定している。

「非リカーディアン型・受動型」の場合も上と同様、安定的な均衡が得られる。このとき財政政策 $s_t$ の流列は政治的に（6）とは独立に決定されるものの、金融政策によって（6）が満たされるように $s_t$ 以外の変数の流列を決定するため結果としてすべての流列が一意に決定され、均衡は安定している。

「非リカーディアン型・能動型」の場合は、上の 2 つとは状況が異なってくる。財政政策は政治的に（6）とは独立に決定され、さらに金融政策も（6）とは独立に決定されるため、金融政策が意図するインフレ率(物価水準の流列)に一致するような財政政策であるかどうかはまったくわからないため、安定的な均衡は得られない。これは物価水準を決定する式が 2 つ独立に存在してしまうためであり、過剰決定と呼ばれるものである。

「リカーディアン型・受動型」の場合は上の場合とまったく逆で、外生的に決定される流列が足りず、均衡が決定されない環境になっている。財政政策、金融政策ともに（6）を満たすように決定されることのみしか規定されていないため安定的な均衡は得られないことになる。

次の表は以上の結果をまとめたものである。安定的な物価水準の流列を達成するためには財政政策と金融政策はそれぞれ（6）と独立には決定されず、どちらかが主導権をとればもう一方は補完関係にならなければならないことを示唆している。

| | | 金融政策ルール | |
|---|---|---|---|
| | | 能動型 | 受動型 |
| 財政政策ルール | リカーディアン型 | 決定 | 非決定 |
| | 非リカーディアン型 | 過剰決定 | 決定 |

以上、物価水準の財政理論の基本モデルを説明してきたが、第 4 章にもかかわる問題として財政政策ルールがリカーディアン型なのか非リカーディアン型なのかをどのように立証すべきかに触れておきたい。2．で扱った財政の持続可能性では（6）式で表される横断条件がデータから満たされているかどうかを検証するというのが基本スタイルだが、（6）式はリカーディアン型であろうと非リカーディアン型であろうと、均衡においては成り立っているはずの関係式であるため、どちらなのかを考える場合には、金融政策ルールが能動型と受動型どちらかを考える必要がある。経済で実際に観察されるものは均衡であるはずであるから、（6）式が成り立っていて金融政策ルールが能動型であるといえれば財政政策ルールはリカーディアン型であると結論付けることができる。また、金融政策ルールが能動型であることがわかっているような場合、物価水準が安定的であるか不安定(あるいは発散)であるかでリカーディアン型であるということもできる。たとえば、Woodford(2001)では、1980 年代のアメリカの物価水準が能動型金融政策であったのにもかかわらず安定的であったことの説明として、リカーディアン型の財政政策が行われていた

と説明している。

### ３．４．満期構造を組み込んだモデル

Cochrane(1998,2001)は先に説明した物価水準の財政理論を一歩進めて、満期構造を含めたモデルを提案した。ここでは、土居(2004)の説明に基づきモデルについて紹介したい。結論を先に述べると、実質基礎的財政収支の流列を固定したままでの公債発行は直近の物価水準を低下させ、実際に償還される期間すべての物価水準を上昇させ、償還後に元の物価水準に低下させる効果がある。この議論から、満期が長期であればあるほど、物価上昇の効果は緩やかにかつ長期的に及ぶことが示唆される。

細かい議論は補論 D にまわし、ここではなぜこのような現象が生じるのかを政府の予算制約式を用いて直感的に理解したい。

土居(2004)では t 期において t＋m 期を満期とする国債を追加的に 1%増発して満期まで繰り上げ償還しないという政策を例に挙げている。

t 期における政府の予算制約式が以下の式で表されるとする。

$$B_{t-1}(t)-\sum_{j=1}^{\infty}Q_t(t+j)[B_t(t+j)-B_{t-1}(t+j)]=p_t s_t$$

ここで、$B_{t-1}(t+j)$ は t＋j 期に満期を迎える t－1 期末残高を示しており(上で説明したモデルと違うので注意)、$Q_t(t+j)$ は t＋j 期に満期を迎える公債の t 期における価格であり、そのほかの変数はこれまでに使った表記と同じである。この式の左辺は今期償還しなければならない公債残高から公債の新規発行による収入を差し引いたものであり、それが今期の基礎的財政収支黒字に一致していなければならないという非常に当たり前のことを示している。

公債の期待実質利子率を先と同様 $r$ で一定とすると公債価格は次の式で表される。

$$Q_t(t+j)=(1+r)^{-j}E_t[p_t/p_{t+j}]$$

この式を用いて t 期の政府の予算制約を次のように書き換える。

$$\frac{B_{t-1}(t)}{p_t}-\sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j}E_t\left[\frac{1}{p_{t+j}}\right][B_t(t+j)-B_{t-1}(t+j)]=s_t$$

これを用いて t+m 期償還の公債残高を増やした場合の物価水準に与える影響を見ていこう。

はじめに t+m 期より後、つまり t+m+1 期以降には予算制約を見てわかるとおり影響を与えないため物価水準に影響はない。次に t+m 期の予算制約は、

$$\frac{B_{t+m-1}(t+m)}{p_{t+m}}-\sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j}E_t\left[\frac{1}{p_{t+m+j}}\right][B_{t+m}(t+m+j)-B_{t+m-1}(t+m+j)]=s_{t+m}$$

となるが、t+m 期満期の公債残高の増加は左辺第 1 項の $B_{t+m-1}(t+m)$ を増加させることに

なり、実質基礎的財政収支の変化がない限り、両辺のバランスをとるためには t+m 期の物価水準 $p_{t+m}$ が上昇する。

次に、t+m-1 期の予算制約は、

$$\frac{B_{t+m-2}(t+m-1)}{p_{t+m-1}}-\sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j}E_t\left[\frac{1}{p_{t+m-1+j}}\right][B_{t+m-1}(t+m-1+j)-B_{t+m-2}(t+m-1+j)]=s_{t+m-1}$$

となる。上で $p_{t+m}$ が上昇することが確認されたが、左辺の第 2 項に注目すると、$p_{t+m}$ に対応する公債残高 $B_{t+m-1}(t+m)$ と $B_{t+m-2}(t+m)$ それぞれの増加分は同じであるので、そのままだと左辺が小さくなってしまうため $p_{t+m-1}$ が上昇することで両辺のバランスがとられる。これがt+1期まで続く。最後にt期において左辺の第2項で $p_{t+m}, p_{t+m-1}, \ldots, p_{t+1}$ と $B_t(t+m)$ が増加しているため左辺が小さくなってしまう。そのため、$p_t$ が低下することで両辺のバランスがとられることとなる。このようなプロセスが生じるために、公債発行は直近(t 期)の物価水準を低下させ、実際に償還される期間すべての物価水準を上昇させ、償還後に元の物価水準に低下させる効果があることが期待されるのである。

土居(2004)はこの理論をもとに 1990 年代の日本のデフレ傾向を、「1990 年代中葉以降、わが国にはデフレ圧力が生じていたとされているが、それは、1997 年度を除く毎年度景気対策に伴い前年度より多く発行されていた国債が発行時点の物価下落要因として働いていたことが、一因であったことを示唆している…(中略)…前年度より多く次年度に国債を発行していたことが、物価上昇要因を相殺する効果を持っていたと考えられる。」としている。

## ３．５．実証分析のサーベイ

物価水準の財政理論に関する実証分析は物価水準の決定に対し財政政策の役割を主張するものである。そのため実証分析の骨格となるのは、財政政策ルールが「リカーディアン型」であるのか、それとも「非リカーディアン型」であるのかに注目される。

しかし、この財政政策ルールがどちらであるのかを決定するのは容易ではない。なぜなら、物価水準の財政理論の核の式たる（６）はどちらの財政政策ルールに従おうとも事後的には必ず成立しているはずであるからである。そのため２．で紹介したような（６）式が満たされているかどうか、また財政ルールがリカーディアン型であるか、つまり（４）式 $s_t=\rho\cdot b_t+\alpha\cdot Z_t+\varepsilon_t=\rho\cdot b_t+\mu_t$ の ρ が有意に正であるかの検定を行ったとしても、それが「非リカーディアン型」であって偶然正の相関があったとしてもそれを識別することができないからである。

そこで、物価水準の財政理論の実証分析の際には実際のデータの相関や規則性を説明するのに「リカーディアン型」と「非リカーディアン型」でどちらがよりもっともらしいかという方法がとられる。竹田(2002)は 1970～1990 年までと 1970～1998 年までの 2 つの期間を設定し、「リカーディアン型」と「非リカーディアン型」それぞれの政策ルールの下でシミュレーションを行い現実のデータとの整合性を分析するという手法をとっている。結果

は必ずしも当てはまりがよいとはいえないが、リカーディアン政策の妥当性を支持しているように見えるとしている。さらに、シミュレーションと実際のデータの VAR モデルからインパルス反応関数を比較することもなされており、結果は全期間を通してリカーディアン型の財政政策であったといえるとしている。

そのほかの実証分析の方法として Woodford(1998)が財政政策ルール、金融政策ルールを組み入れた非説明変数をインフレ率とする計量モデルを提案している。土居(2004)はこのモデルをもとに日本において実証分析を行い、日本のインフレ率がこの理論においてどの程度説明できるかを示した。結果は理論値が実績値の動きをある程度捉えられているため、Woodford(1998)のモデルで表現された物価水準の財政理論が日本のインフレ率の動向を説明する要因として無視できないものであるとしている。ただ、無視できないという表現にもあるとおり、物価水準の財政理論の妥当性を積極的に主張する検証結果にはならず、その後物価水準の財政理論風に現実のデータの動きを解釈していくことが求められる。

Woodford(1998)のモデルの実証分析にひとつ付け加えておくと、このモデルでは 1 節でも触れたように、財政赤字の拡大による資産効果が大きな意味を持つ。民間保有の公債残高が増加することが資産効果を生じさせ、消費を拡大し、需要の拡大による物価の上昇が生じる。しかし、河越・広瀬(2003)では資産効果の程度がこれまでの経験的な結果から言って小さすぎるのではないかということを指摘している。資産額の変化の年率 0.1%が消費に回って GDP を押し上げ、変化する GDP は 1%あたり物価水準を 0.2%変化すると仮定すると物価水準を 1%変化させるのに財政余剰対 GDP 比は 238%となってしまい GDP の 2 倍以上の財政余剰の変化が起きなければならないという経験にあわない結果となる。ただ、これまでにとられてきた財政政策ルールがリカーディアン型であるならば、非リカーディアン型のときの物価水準に与える財政余剰の大きさも変わることが予想されるため、この結果から Woodford(1998)モデルがおかしいということにはならない。しかし、そうであるならば、実証分析によっては非リカーディアン型の能動的財政運営を行った場合にどのような結果が生じるかは予測できないことになることも指摘されている。

## ４．昭和 30 年以降の「政府」債務関連データ

ここでは５．の実証分析で利用する「中央政府」「中央銀行」を統合した「政府」の基礎的財政収支・政府債務残高・政府債務収益率のデータの構築方法と概観を確認する。「財政の持続可能性」「物価水準の財政理論」ともに満たされなければならない、あるいは満たされるはずである異時点間の政府予算制約式（６）式に現れる基礎的財政収支・政府債務残高・政府債務収益率(実質利子率)を適切に求める必要がある。

### ４．１．「政府」債務関連データの構築方法

以下「政府」債務関連データである基礎的財政収支・政府債務残高・政府債務収益率(実質利子率)の導出方法を述べる。導出方法を述べる前に注意点を指摘しておく。

第一の注意点は政府債務の範囲である。FTPLの理論の紹介でも説明したように通貨当局の発行する現金通貨も政府債務の一部に含める必要がある。政府債務となる通貨当局勘定のマネタリーベース[2]は『経済統計年報』を利用した。マネタリーベースと他の国債との関係は離散時間モデルというモデルの性質上と即日流動化できる性格から、残存満期 1 年、市場価格１、クーポンレート０の国債として扱うことにする。

第二の注意点は政府の種類にも中央政府と地方政府を含む一般政府が存在するが本稿では中央政府の発行する政府短期証券、国債および交付国債を対称にしている。[3]

第三の注意点は対象とする国債は民間保有分であるということである。日本銀行のバランスシートを見ればわかるように、中央銀行の資産項目の多くは国債である。そのため中央政府と中央銀行を統合した政府の真の債務は連結バランスシート上で相殺される必要がある。さらに、中央政府といっても特別会計等で非常に幅広いが、中央政府の範囲は一般会計と国債整理基金特別会計に限った。そのため資金運用部(財政融資資金特別会計)、年金、社会保険等は中央政府には含まれていない。

以上の注意点を考慮したうえで公債残高の導出方法を見てほしい。基本的な公債残高導出の考え方は複数の種類の国債(割引国債・利付国債など)それぞれの市場価格を以下の方法によって求め、足し合わせるというものである。特に、本稿で実証するモデルでは満期構成を明示的に含むモデルであり、残存満期ごとの公債価格で測った公債の実質残高を知る必要があるため、土居(2004)に倣い、以下のような方法で実質残高を求めた。

まず残存満期ごとの公債価格の導出であるが、これに関しては陽表的なデータが存在しないため次の式によって導出している。

[2] マネタリーベースにはデータの連続性を保つため日本銀行勘定の「発行銀行券」、「金融機関預金(日銀当座預金)」、「その他預金」を足し合わせたものを利用した。

[3] 土居(2004)では国債の範囲を普通国債に限定しており、その理由として、分析の目的が「国債管理政策、及びそのマクロ経済への資源配分機能や経済安定化機能についてであり、所得再配分機能については対象外」であるとして地方債は債務に含めないとしている。

$$F_t(t+j)=\frac{\text{t期におけるt}+\text{j期に満期を迎える公債純発行収入}}{\text{t期におけるt}+\text{j期に満期を迎える公債純発行額}}$$

分母の公債純発行額は、

公債純発行額＝今年度末現在額－前年度末現在額

として求められ、分子の公債純発行収入は

公債純発行収入＝(新規＋借換)発行収入金－繰上償還

＝(新規＋借換)発行収入金－[(新規＋借換)発行額－公債純発行額]

として求められる。

また国債は割引債と利付債がともに発行されているため、割引債をクーポンレート０の利付債とみなし、同一残存満期のクーポンレートを加重平均(t+j 期満期の t-1 期末残高にかかるクーポンレートを $\gamma_{t-1}(t+j)$ と表す)で求めることによって t 期首(t-1 期末)の公債の実質残高は次のように求められる。

$$v_t \equiv \frac{\sum_{j=0}^{\infty} B_{t-1}(t+j)\left[F_t(t+j)+\gamma_{t-1}(t+j)\right]+M_{t-1}}{p_t}$$

基礎的財政収支に関してはマネタリーベースを含めたときの t 期における政府の予算制約式が、

$$B_{t-1}(t)+\sum_{j=0}^{\infty}\gamma_{t-1}(t+j)B_{t-1}(t+j)-\sum_{j=1}^{\infty}F_t(t+j)[B_t(t+j)-B_{t-1}(t+j)]-(M_t-M_{t-1})=p_t s_t$$

と表すことができるため、

基礎的財政収支＝満期償還額＋国債利子－公債純発行収入－マネタリーベース増加分

によって導出した。

また政府債務収益率に関しては事後的に成立した政府債務収益率を用いることにする。t 期から t+1 期にかけての公債の事後的実質収益率は

$$r_{t+1}=\frac{p_t}{p_{t+1}}\frac{\sum_{j=1}^{\infty}[F_{t+1}(t+j)+\gamma_t(t+j)]B_t(t+j)}{\sum_{j=0}^{\infty}F_t(t+j)B_t(t+j)}$$

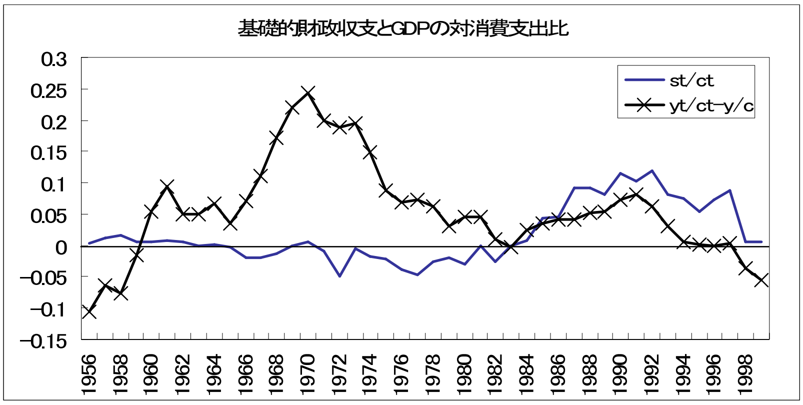
と定義しなおす。

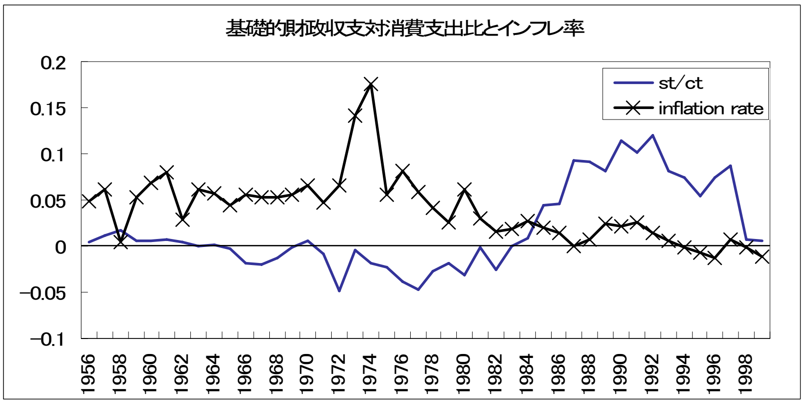
以上の残存満期ごとの国債残高に関するデータはすべて『国債統計年報』を利用した。

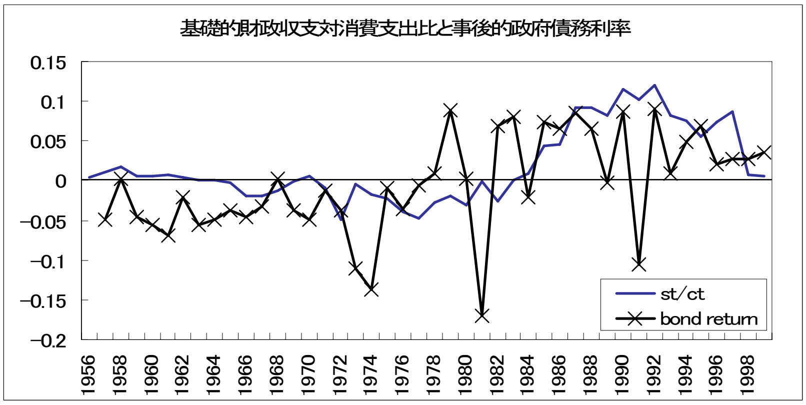
## ４．２．データの概観

４．１．で求められた基礎的財政収支・政府債務残高・政府債務収益率・満期構造などを多少加工し、参考としてグラフに示した。基礎的財政収支・政府債務残高はそれぞれ消費支出(民間採取消費支出)でデフレートされている。ちなみに GDP 対消費支出は Cochrane(1994)で説明される景気循環指標である。

図 1財政関連データ


基礎的財政収支とGDPの対消費支出比
st/ct
yt/ct−y/c


基礎的財政収支対消費支出比とインフレ率
st/ct
inflation rate


基礎的財政収支対消費支出比と事後的政府債務利率
st/ct
bond return

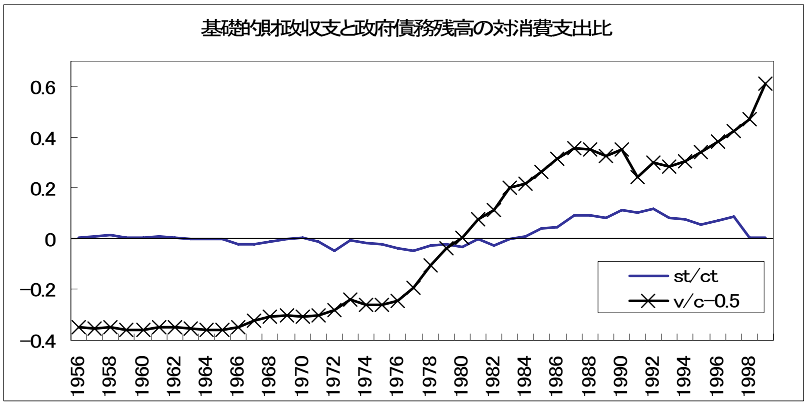
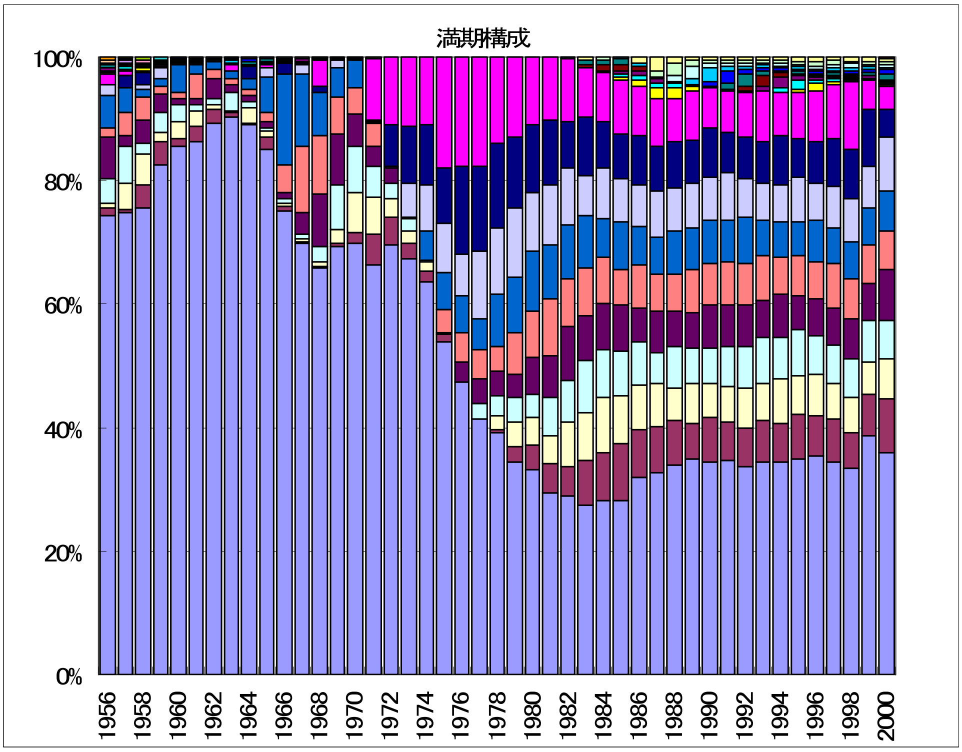
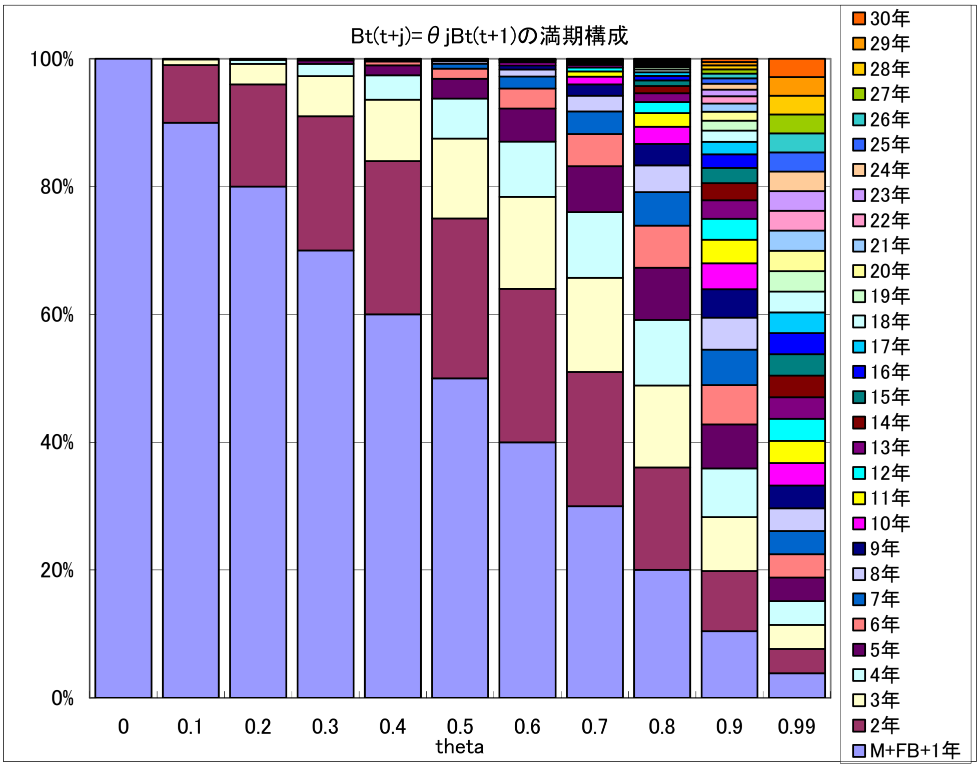

基礎的財政収支と政府債務残高の対消費支出比
st/ct
v/c−0.5

図 2国債の満期構成（マネタリーベース・ＦＢを含む）




Theta と書いてある満期構造を示すグラフは実証分析時に利用する。

## ５．実証分析

本稿ではWoodford(1998)モデルを用いて実証分析を行った。Woodford(1998)モデルの日本への応用は既に土居（2004）で行われているが、1956 年～1998 年までのシミュレーションデータのみであったので FTPL が指示されるのか、あるいはされないのか判断がつかなかったため再推計を行った。また再推計に当たっては交付国債も含めた中央政府債務残高のデータを利用し、1957 年～1998 年までの推計と 1975 年～1998 年までの推計を参考に行っている。

### ５．１．Woodford(1998)の実証モデル

Woodford(1998)の行った実証はアメリカのインフレ率の変動を FTPL の理論を組み入れたマクロモデルを構築し、そのモデルに従ったシミュレーション結果と実際のインフレ率の変動を比べてパフォーマンスを分析するものである。Woodford(1998)モデルは、満たされるべき政府の予算制約式と政府の財政政策を表す関係式、金融政策を表す関係式、マクロ経済の関係式、満期構造・公債価格・公債収益率に関する関係式、そしてフィッシャー方程式から成り立っている。それぞれの方程式は実証分析のために定常状態まわりで対数線形近似を行っている。以下でそれぞれの方程式を確認していく。

**【政府の予算制約式】** $\tilde{r}_t = \rho(vc_t + sc_t) + dc_t - vc_{t-1}$ （７）

記号の説明をすると、

$$r_{t+1} = \frac{p_t}{p_{t+1}} \frac{\sum_{j=1}^{\infty} Q_{t+1}(t+j) B_t(t+j)}{\sum_{j=1}^{\infty} Q_t(t+j) B_t(t+j)}$$ ：公債の事後的実質収益率

$$v_t = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} Q_t(t+j) B_{t-1}(t+j)}{p_t}$$ ：t 期首の公債実質残高

$c_t$ ：t 期の実質民間消費

$vc_t \equiv \ln(v_t/c_t) - \ln(v/c)$ ：定常状態周りの実質消費でデフレートした実質公債残高

$sc_t \equiv s_t/c_t - s/c$ ：定常状態周りの実質消費でデフレートした実質基礎的財政収支

$dc_t \equiv \ln(c_{t+1}/c_t) - \ln(\Delta c)$ ：定常状態周りの実質消費成長率

$\tilde{r}_t \equiv \ln(r_t) - \ln(r)$ ：定常周りの事後的公債実質収益率

$$\rho \equiv \frac{1}{r_{t+1}} \frac{c_{t+1}}{c_t}$$ ：消費の異時点間限界代替率

である。[4]

**【政府の予算制約式】**は

$$B_{t-1}(t)-\sum_{j=1}^{\infty}Q_t(t+j)[B_t(t+j)-B_{t-1}(t+j)]=p_t s_t$$

を上記の記号で書き直すと

$$v_t=\frac{v_{t+1}}{r_{t+1}}+s_t$$

となり、これをさらに$c_t$を含めて書き直して得られる、

$$\frac{v_t}{c_t}=\frac{1}{r_{t+1}}\frac{c_{t+1}}{c_t}\left(\frac{s_{t+1}}{c_{t+1}}+\frac{v_{t+1}}{c_{t+1}}\right)$$

を対数線形近似することによって導出される。

**【財政政策とマクロ経済の関係式(VAR)】** $\mathbf{x}_t=\mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1}+\boldsymbol{\varepsilon}_t$ （８）

記号の説明をすると、

$$\mathbf{x}_t=\begin{bmatrix} vc_t \\ sc_t \\ dc_t \end{bmatrix}$$ ：残高・基礎的財政収支・消費の成長率の経済変数ベクトル

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t\equiv\begin{bmatrix} \varepsilon_{vct} \\ \varepsilon_{sct} \\ \varepsilon_{dct} \end{bmatrix}$$ ：誤差項ベクトル

となる。

**【財政政策とマクロ経済の関係式(VAR)】**に関する注意点としてはラグの長さは１であると事前に仮定されており、また実質公債残高$v_t/c_t$を被説明変数とする方程式

$$vc_t=a_{11}vc_{t-1}+a_{12}sc_{t-1}+a_{13}dc_{t-1}+\varepsilon_{vct}$$

は財政政策の政策反応関数をあらわしている。

**【金融政策の政策反応関数】** $R_t=\phi_p\tilde{\pi}_t+\alpha'\mathbf{x}_t$ （９）

---

[4] $v/c$、$s/c$、$\Delta c$、$r$はそれぞれ、$v_t/c_t$、$s_t/c_t$、$c_{t+1}/c_t$、$r_t$の定常状態である。また$s_t/c_t$のみ対数を取っていないのは$s_t/c_t$が負の値を取り得るからである。

記号の説明をすると、
$R_t$ ：金融政策当局の操作目標である短期利子率
$\boldsymbol{\alpha}'$ ：定数係数ベクトル
$\pi_t \equiv \ln(p_t) - \ln(p_{t-1})$ ：インフレ率
$\pi$ ： $p_t / p_{t-1}$ の定常状態
$\tilde{\pi}_t \equiv \ln(p_t / p_{t-1}) - \ln(\pi)$ ：目標水準周りのインフレ率
**【金融政策の政策反応関数】**に関する注意点としては金融政策の政策反応関数を

$$R_t = R^* + \phi_p(\pi_t - \pi^*) + \phi_y y_t$$

となる Taylor(1993)ルール(woodford(1998)では interest-rate feedback rule)で表現したものである。ここで、＊は金融政策当局の政策目標を示し、$y_t$ は実質 GDP を示している。

**【フィッシャー方程式】** $E_t \tilde{r}_{t+1} = R_t - E_t \tilde{\pi}_{t+1}$ （１０）

**【フィッシャー方程式】**は長期金利と短期金利の均衡式である。

**【満期構造・公債価格・公債収益率の関係式】** $\tilde{r}_t = \omega q_t - q_{t-1} - \tilde{\pi}_t$ （１１）

記号の説明をすると、

$$\omega \equiv \frac{\theta}{r\pi}$$

$\theta$ ：満期構成のパラメータ（$B_t(t+j) = \theta^{j-1} B_t(t+1), j \geq 1$ を満たす）

$q_t \equiv \ln(Q_t) - \ln(Q)$ ：定常状態周りの公債価格
$Q_t$ ：公債残高をひとつの債券とみなしたときの t 期における債券価格
である。
**【満期構造・公債価格・公債収益率の関係式】**は満期構造を考慮した Woodford(1998)モデルで重要な位置を占めている。モデルの定式化上 $B_t(t+j) = \theta^{j-1} B_t(t+1)$ でクーポンが支払われる仮想的な公債が存在すると仮定されており、そうすると**【政府の予算制約式】**で説明した公債の実質収益率の式は

$$r_t \equiv \frac{1 + \vartheta Q_t}{Q_{t-1}} \frac{p_{t-1}}{p_t}$$

と書き直すことができ、これを対数線形近似したものが**【満期構造・公債価格・公債収益率の関係式】**である。
（１０）と（１１）から次の式が求められる。

**【公債価格と短期金利の関係式】** $q_t = -\sum_{j=0}^{\infty} \omega^j E_t R_{t+j}$ （１２）

以上の方程式から実証モデルを構築するが、（7）（１１）（１２）は外生変数に従ってインフレ率が決定される均衡式である。この外生変数は（8）によって$(vc_t, sc_t, dc_t)$が、（9）によって$R_t$が決定されている。

（7）～（１０）より（式の導出は補論 E を参照）、

**【期待インフレ率決定式】** $E_t \tilde{\pi}_{t+1} = \phi_p \tilde{\pi}_t + (\boldsymbol{\alpha}' - \lambda_0' \mathbf{A} - \lambda_1')\mathbf{x}_t$ （１３）

が導出される。ここで、

$$\lambda_0 \equiv \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \lambda_1 \equiv \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

である。そして（7）（8）（１１）（１２）より（式の導出は補論 E を参照）、

**【理論インフレ率遷移式】** $\tilde{\pi}_t = \phi_p \tilde{\pi}_{t-1} + (\boldsymbol{\alpha}' - \lambda_0' \mathbf{A} - \lambda_1')\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t$ （１４）

ここで$\mathbf{f}' = [\phi_p \omega(\lambda_0' + \lambda_1') - \omega\boldsymbol{\alpha}'](\mathbf{I} - \omega\mathbf{A})^{-1} - \lambda_0'$，$|\phi_p| < 1$である。

以上の FTPL マクロモデルをもとに日本のデータを当てはめたシミュレーションのパフォーマンスを分析する。

## ５．２．理論値の導出方法と使用データ

（１４）式によるシミュレーションを行うにあたり土居(2004)同様に次の３ステップによりパラメータを推計する。

Step1 :（8）式を推定し、係数行列$\mathbf{A}$と残差ベクトル$\boldsymbol{\varepsilon}_t$を求める

Step2 :（１３）式を推定し、係数$\phi_p$と係数ベクトル$(\boldsymbol{\alpha}' - \lambda_0' \mathbf{A} - \lambda_1')$を求め、係数ベクトルを比較することにより$\boldsymbol{\alpha}'$を求める

Step3 : 求めた係数を（１４）式に代入して理論インフレ率を求める

以上の３Step に加えて、実証分析を行うにあたり考慮しなければならないのが財政・金融政策ルールが「受動的」なのか「能動的」なのかについてである。これまでの理論の説明でも示したように、FTPL が成立する環境は財政政策ルールが「能動的」で、金融政策ルールが「受動的」な場合である。このモデルでも、成立する条件として財政政策ルールと金融政策ルールが「能動的」・「受動的」となっていることは注意しなければならない。Woodford(1998)では経済においては均衡が観察されると考え、金融政策ルールがデータ上「受動的」である（実証分析上は$|\phi_p|<1$であるか否か）ことをもって、財政政策ルールが「能動的」であったとみなし、FTPL が成立する環境が整っているとしている（実際モデルの定式化において$|\phi_p|<1$であることが収束計算をできるか否かを分けている）。本稿でも金融政策ルールが「受動的」であったか否かを確認した後に実証分析を行っている。

推定に用いられるデータは４．を参照のこと。

４．で示されていないデータに関して指摘しておくと、インフレ率に関しては上で示したように$\pi_t \equiv \ln(p_t)-\ln(p_{t-1})$として求めているが、ここで利用した物価水準は GDP デフレータであり、データの出所は『国民経済計算年報』である。

民間消費に関しても『国民経済計算年報』から民間最終消費支出のデータを用いた。また$dc_t \equiv \ln(c_{t+1}/c_t)-\ln(\Delta c)$で定常状態$\Delta c$は標本期間$\ln(c_{t+1}/c_t)$の算術平均値を用いている(以下$vc_t, sc_t$等すべての変数の定常状態は算術平均によって導出)。

## ５．３．実証結果

以上で構築したデータから期間を【1957～1998】、【1957～1980】、【1975～1998】に分け、それぞれ Step1～Step3 の要領で推計を行う。【1957～1998】は土居(2004)推計との比較のため、【1957～1980】、【1975～1998】は【1957～1998】で推計したところ 80 年前後で理論の当てはまりに違いが見られるからである。

またここで残存満期構成について確認しておきたい。23 ページの図２で示される 1956～2003 年までの満期構成(上)とモデル上のパラメータ$\theta$で示される満期構成のグラフ(下)である。満期構成は Woodford(1998)モデルで非常に重要な役割を果たしており、パラメータ$\theta$如何でシミュレーション結果は変化する。自然に考えると、パラメータθが現実の満期構造を最もよく記述できるような値をとっているときに、シミュレーション結果が良くなっていることが期待される。しかし、この点について結果を先に述べれば、パフォーマンスを最適にするθが現実の満期構造を示すθと完全に対応しているとは言えず、ある程度の幅をもって実証分析を行っている。これは Woodford(1998)のアメリカの実証分析でも見られた現象であり、今後の課題でもある。

### ５．３．１．【1957～1998】期間推計

はじめに【1957～1998】期間での推計を行う。Step1・Step2 の係数の推計結果は以下の通りである。

表 2【1957～1998】の係数推定結果

| | 被説明変数 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $vc_t$ | $sc_t$ | $dc_t$ | $\tilde{\pi}_t$ |
| $vc_{t-1}$ | 1.06011 | 0.020416 | −0.030012 | −0.042135 |
| | (31.3838) | (2.09287) | (−4.24579) | (−3.67281) |
| $sc_{t-1}$ | −1.32137 | 0.739816 | 0 .096986 | 0.011734 |
| | (−3.88774) | (7.53725) | (1.36363) | (0.107169) |
| $dc_{t-1}$ | 0.307652 | 0.246300 | 0.172536 | −0.786000 |
| | (0.402382) | (1.11547) | (1.07838) | (−3.16866) |
| $\tilde{\pi}_{t-1}$ | | | | 0.574037 |
| | | | | (5.16464) |
| Adj R2 | 0.994199 | 0.788276 | 0 .682444 | 0 .657597 |
| D.W. | 0.839509 | 2.21100 | 1.87009 | 1.58634 |

注：括弧内はｔ値

$\tilde{\pi}_t$ を被説明変数とする式を考えると、$|\phi_p|<1$ であるので金融政策は【1957～1998】期間で金融政策は「受動的」であることが言え、Woodford(1998)モデルは意味を持つ。一方財政政策反応関数となる $sc_t$ を被説明変数とする VAR の方程式を見ると、$vc_{t-1}$ の係数は正となっており、また有意となっている。この結果を見ると財政政策は「受動的」なリカーディアン政策なのではないか（補論 B 参照）と考えるかもしれないが、FTPL は財政がどのような政策を採ろうとも結果として物価水準が変動することにより政府の予算制約式を満たすことになるため、FTPL の成立要件である財政政策が「能動的」で金融政策が「受動的」であるという前提を直ちに脅かすことにはならない。

満期構造のパラメータ θ は推計期間でパネル推計の方法を用いて推計したところ、θ＝0.81243 という値が得られた。定常状態、目標水準として求められた r 及び π は 1 の近傍にあるので ω は 0.8 前後になることが予想される。

そのほか定常状態として $sc$ を平均により求めたが負の値をとってしまい基礎的財政収支の定常が負になってしまったため土居(2004)同様に $sc$ ＝0.004 とした。[5]消費の異時点間代替率 ρ に関しても平均により求めたところ 1 を超えて理論的に矛盾するため ρ ＝0.99 を用

[5] 土居(2004)でも平均値が負のためCochrane(1998)同様に 0.004 を使ったとしている。

いている。[6]

目標インフレ率を期間の平均値である 0.06 とおきω＝0.8 とその前後 0.7、0.915[7]の場合でシミュレーションをおこなった。ωの値を大きくするとそのパフォーマンスは改善していく様子が見て取れる。

もうひとつはFTPLモデルが有効なシミュレーションの改善をもたらし得るかを比較するために、モデル内の誤差項を除きシミュレーションを行ったものである。この理論値はStep2 で推計したOLSの理論値と同じである。Woodford(1998)モデルは 3 変数VARの誤差項がインフレ率の均衡に影響をもたらす。そのためこの誤差項を含めることによってモデルのパフォーマンスが改善するかどうかがFTPLモデルの有意性を示すことになる。

パフォーマンスの指標としては平均平方二乗誤差(RMSE)を利用した。定義式は以下の通りである。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(\pi_t - \hat{\pi}_t)^2}$$

以下はその結果である。

表 3【1957～1998】の RMSE

| ω | 0.7 | 0.8 | 0.915 | 誤差項なし |
|---|---|---|---|---|
| RMSE | 0.038588 | 0.033718 | 0.028394 | 0.025838 |

以上のことから今回の方法でパラメータを特定して組み上げた計算式によるインフレ率の理論値はωを大きくすることでパフォーマンスが改善していくが、誤差項を含めない理論値のほうが RMSE の指標で最も良いことがわかった。これは FTPL が日本において成り立つとすることは難しいことを示していると解釈できる。

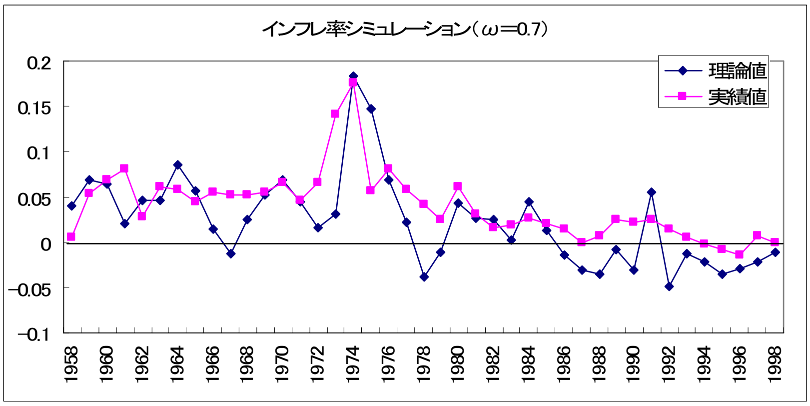
土居(2004)の結果では普通国債のみを対象として同様のシミュレーションを行い、最小二乗誤差率を指標としてパフォーマンスを評価している。しかし、単一のシミュレーション結果のみであるため、それがほかと比べた場合の FTPL の説明力はわからない。今回の推計ではその点を考慮して誤差項なしのシミュレーションも行った。

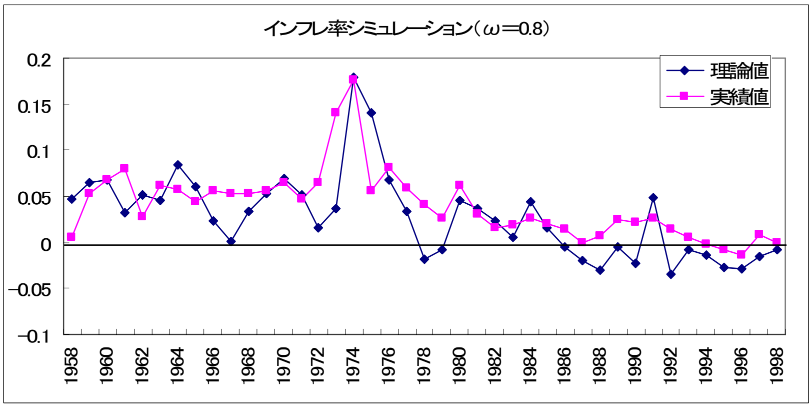
全期間で見た場合結果は FTPL の有意性を認めることはできないが、期間を 1980 年前後で見た場合、前半のほうが後半と比べて当てはまりが良いように見える。そこで次に 1957 年～1980 年の期間と 1975 年～1998 年の 2 期間に分けてそれぞれのパフォーマンスを見ることにする。

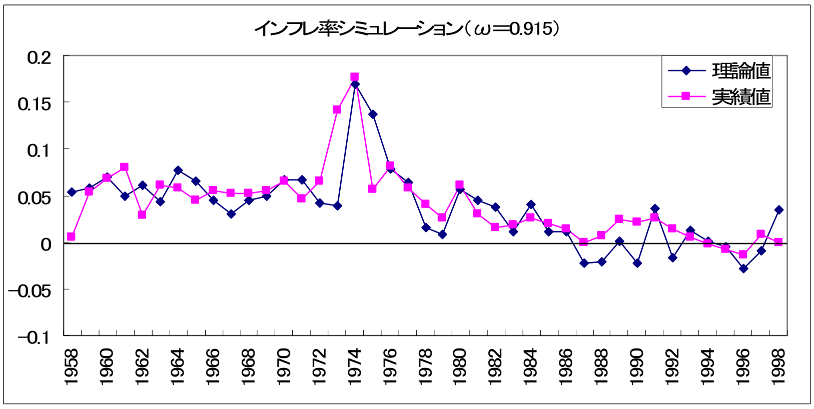
[6] これもCochrane(1998)と同じ値である。

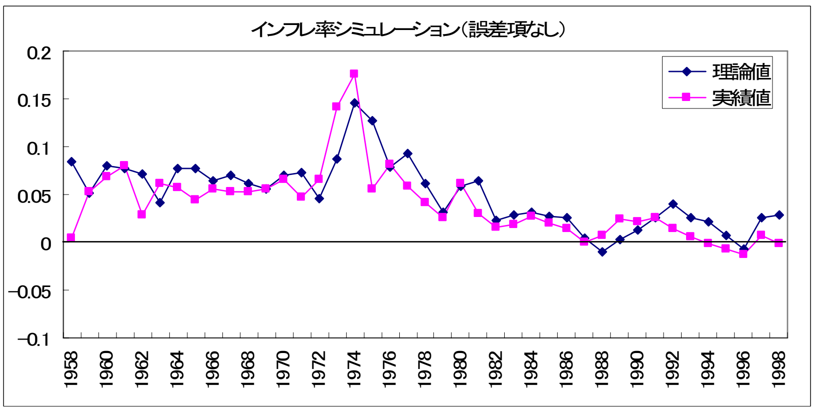
[7] ω＝0.915 という値は土居(2004)で利用されている値である。

図 3【1957～1998】のシミュレーション結果



### ５．３．２．【1957～1980】期間推計

次に【1957～1980】期間での推計を行う。Step1・Step2 の係数の推計結果は以下の通りである。

表 4【1957～1980】の係数推定結果

| | 被説明変数 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $vc_t$ | $sc_t$ | $dc_t$ | $\tilde{\pi}_t$ |
| $vc_{t-1}$ | 1.08704 | 0.00846717 | −0.041961 | −0.068247 |
| | (35.1774) | (0.868464) | (−4.36664) | (−4.35264) |
| $sc_{t-1}$ | −3.08601 | 0.843095 | 0.327108 | −0.074692 |
| | (−7.63695) | (6.61292) | (2.60315) | (−0.389396) |
| $dc_{t-1}$ | 1.30127 | 0.039802 | −0.012129 | −1.37552 |
| | (1.93267) | (0.187366) | (−0.118952) | (−4.18186) |
| $\tilde{\pi}_{t-1}$ | | | | 0.244940 |
| | | | | (1.64500) |
| Adj R2 | 0.982919 | 0.272276 | 0.558713 | 0.487353 |
| D.W. | 1.23396 | 2.37677 | 1.93974 | 1.47483 |

注：括弧内はｔ値

$\tilde{\pi}_t$ を被説明変数とする式を考えると、$|\phi_p|<1$ であるので金融政策は【1957～1980】期間で金融政策は「受動的」であることが言え、Woodford(1998)モデルは意味を持つ。一方財政政策反応関数となる $sc_t$ を被説明変数とする VAR の方程式を見ると、$vc_{t-1}$ の係数は正となっているが有意ではない。先ほど同様に、この式から「能動的」であるか「受動的」であるかはわからない（補論 B 参照)。ただ、経済では均衡が成立しているとするのであれば「能動的」であるはずと考えることができるだろう。

満期構造のパラメータ θ は推計期間でパネル推計の方法を用いて推計したところ、θ＝0.8155 という値が得られた。そこで定常状態として求められた定常状態、目標水準として求められた r 及び π は 1 の近傍にあるので ω は 0.8 前後になることが予想される。

そのほかの $sc_t$ 、$vc_t$ などのデータについては【1957～1998】と同じである。

ここでの目標インフレ率は期間の平均値 0.039 を用いた。目標値としては高く感じるが 0.02 等にしても結果に影響はなかった。また ω＝0.8 とその前後 0.7、0.915 の場合でシミュレーションをおこなった。ω の値を大きくするとそのパフォーマンスは改善していく様子が見て取れる。

パフォーマンスの指標としては【1957～1998】同様平均平方二乗誤差(RMSE)を利用した。以下はその結果である。

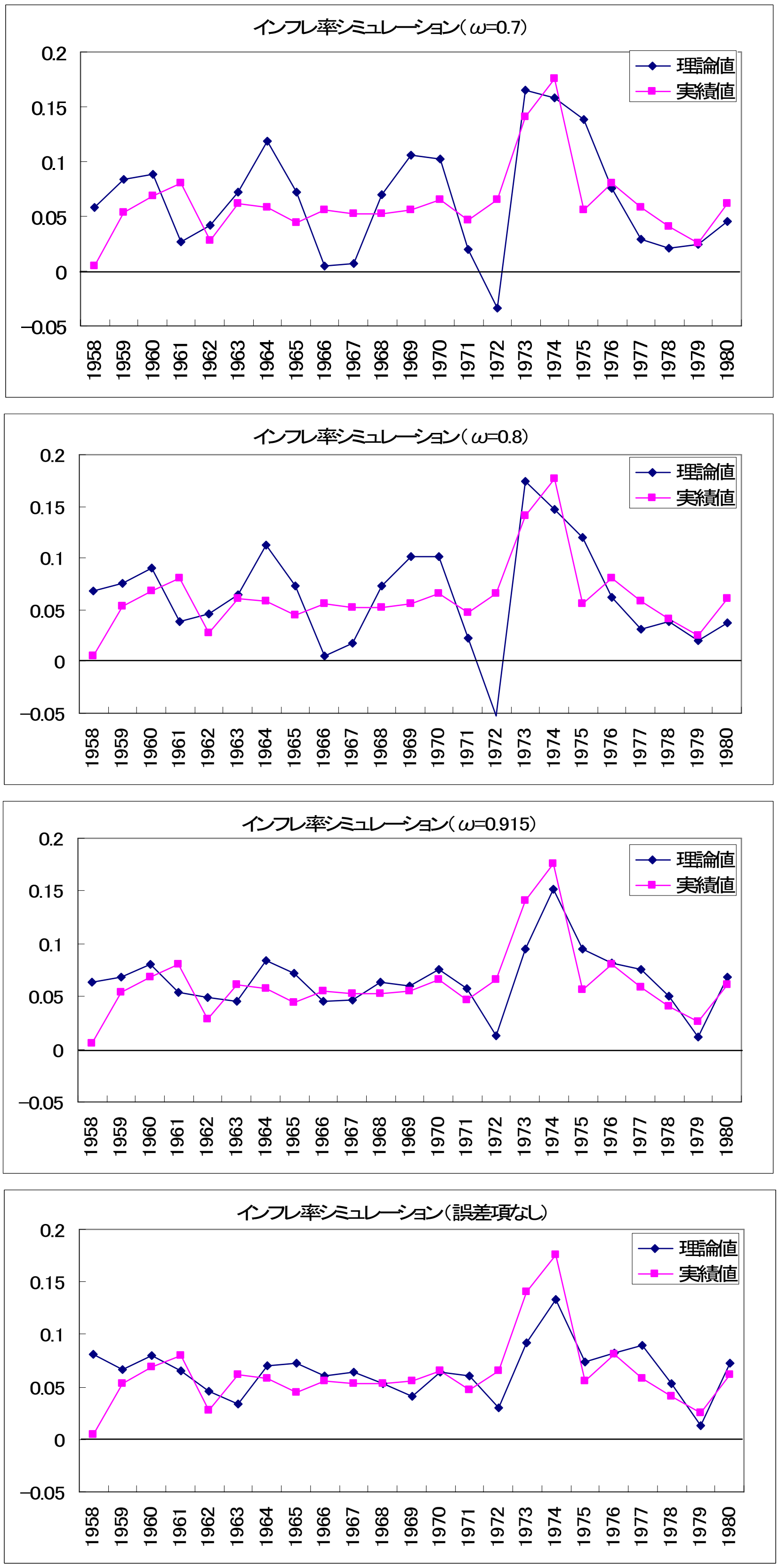
表 5【1957～1980】の RMSE

| $\theta$ | 0.7 | 0.8 | 0.915 | 変数のみ |
|---|---|---|---|---|
| RMSE | 0.041969 | 0.041966 | 0.025293 | 0.026348 |

以上の結果をみると、ωを大きくすることでパフォーマンスが改善していくという結果は【1957～1998】と変化はない。注目したいのはω=0.915 のときである。このとき、RMSE の値が変数のみに比べて小さくなっている。これは 1980 年以前の日本において FTPL の適用可能性を示唆するものである。FTPL の理論は$|\phi_p|<1$の条件にも示されるように政府が「能動的」、中央銀行が「受動的」な政策を行っていることを前提としている。実際に 1980 年以前の金融政策はブレトンウッズ体制での固定為替制度の制約やオイルショック時の狂乱物価の要因としての政府からの金融緩和政策の圧力など「受動的」な政策を採っていたことから、定性的なデータからも FTPL が成立していた可能性が指摘することができる。

一方財政政策に目を向けると 1955 年からの約 10 年は均衡財政原則が堅持された時代であるが、1965 年以降の基礎的財政収支は４．のデータを基に見るとほぼマイナスであり、オイルショックを向かえるとさらに悪化している。この時期は景気対策が叫ばれ公債が増発された時期であり、「能動的」な財政政策を行っていた時期である可能性を指摘することができる。

図 4【1957～1980】のシミュレーション結果



### ５．３．３．【1975～1998】期間推計

最後に【1975～1998】期間での推計を行う。Step1・Step2 の係数の推計結果は以下の通りである。

表 6【1975～1998】の係数推定結果

| | 被説明変数 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $vc_t$ | $sc_t$ | $dc_t$ | $\tilde{\pi}_t$ |
| $vc_{t-1}$ | 1.11506 | 0.033589 | −0.025361 | −0.016203 |
| | (27.3056) | (2.17746) | (−2.60342) | (−2.20068) |
| $sc_{t-1}$ | −1.74144 | 0.717344 | 0.040084 | −0.0015315 |
| | (−4.93476) | (5.38119) | (0.476161) | (−0.022553) |
| $dc_{t-1}$ | −.768839 | 0.543031 | 0.252426 | −0.256691 |
| | (−.859948) | (1.60789) | (1.18358) | (−1.52283) |
| $\tilde{\pi}_{t-1}$ | | | | 0.516440 |
| | | | | (3.53403) |
| Adj R2 | 0.976496 | 0.785568 | 0.190571 | 0.602940 |
| D.W. | 1.14363 | 2.35453 | 1.88405 | 1.58500 |

注：括弧内はｔ値

$\tilde{\pi}_t$ を被説明変数とする式を考えると、$|\phi_p|<1$ であるので金融政策は【1975～1998】期間でデータ上金融政策は「受動的」であることが言える。一方財政政策反応関数となる $sc_t$ を被説明変数とする VAR の方程式を見ると、$vc_{t-1}$ の係数は正となりかつ有意である。これは【1957～1998】と同様な結果である。

満期構造のパラメータ θ は推計期間でパネル推計の方法を用いて推計したところ、θ＝0.82782 という値が得られた。そこで定常状態として求められた定常状態、目標水準として求められた r 及び π は 1 の近傍にあるので ω は 0.8 前後になることが予想される。

パフォーマンスの指標としては【1957～1998】同様平均平方二乗誤差(RMSE)を利用した。以下はその結果である。

表 7【1975～1998】の RMSE

| ω | 0.7 | 0.8 | 0.915 | 誤差項なし |
|---|---|---|---|---|
| RMSE | 0.048960 | 0.057939 | 0.13071 | 0.012884 |

【1975～1998】では【1957～1998】と【1957～1980】とは違い ω が小さくなるほどパフォーマンスが改善している。しかし改善しているとはいえ FTPL モデルと誤差項なしの

モデルのパフォーマンスと比較すると圧倒的に後者のパフォーマンスが上回っている。

【1975～1998】ではFTPLが成立していないと考えられる理由は何であろうか。ひとつの可能性は金融政策が「能動的」な場合である。オイルショック以降での狂乱物価は日本銀行(と大蔵省)がインフレに対して非常に保守的な政策を採ることに対する社会的合意が形成されたとする意見もある（Henning(1994))。[8]しかし、得られたデータから「能動的」な金融政策は支持されない（特にここでの「能動的」という意味は政策的にどちらが主導権を持っているかを示すに過ぎないため、独立性が保たれているから「能動的」と解釈することはできない）ため、この可能性を理由とすることには問題がある。

もうひとつの可能性は竹田(2002)の指摘するように金融政策・財政政策ともに「受動的」な状況である。竹田(2002)は金融政策がゼロ金利制約によって「能動的」になれないとし、近年の日本のデフレは財政政策が「受動的」なために引き起こされていると指摘している。物価水準が両政策とも「受動的」なために非決定であることは、物価水準を不安定にすることしか言っておらず、必ずしもデフレを引き起こすことにはならないが、FTPLモデルが当てはまらないという結果を解釈する上で重要な考え方である。特に財政政策が「受動的」であるとすることは、1980 年度からの財政再建期間の存在[9]という歴史的事実を考慮すると、後で指摘する地方債の存在を無視すれば、自然な解釈にとることもできる。

使用データの範囲に問題がある可能性も考えられる。本稿での実証分析に用いた債務残高は中央政府の債務と中央銀行の債務（マネタリーベース）としているが、日本の財政制度の特徴として中央政府と地方政府の関連性が強いことは広く知られているところであり、本来の政府債務残高としては地方政府の債務残高も含めるべきと考えられる。この事実のみを考えると【1975～1998】に限ったことではなく【1957～1980】にも当てはまることではあるが、1975 年以降は地方債の発行が特に増加しており、一般政府債務残高のなかで存在感が高まった、さらに言えば、地方債務が国の財政負担の先送りとなっていったことを考慮すると、地方債のデータが含まれていないことは【1975～1998】のFTPLの成立可能性を検証する上で大きな影響を与えていることは否定できない。[10]

---

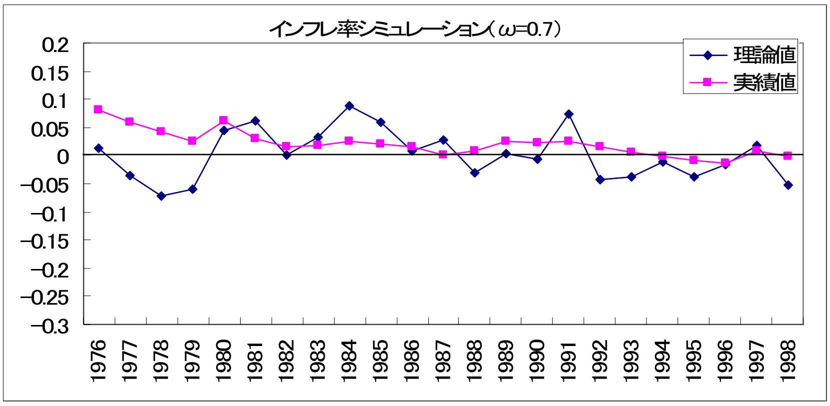
[8] この論点に関しては伊藤・カーギル・ハッチソン(2002)でも指摘されている。「日本銀行は、1970 年代半ば、「マネー重視」政策の方向性を導入し、インフレ懸念が明らかとなった他の危機的状況の際に断固たる行動をとるようになった。第 2 次オイルショックの時には、日本銀行は、インフレに対して迅速かつ断固たる行動をとり（大蔵省からの抵抗はほとんどなかった）、1979 年央から 1980 年初めにかけて公定歩合を 3.5%から 9.0%に引き上げた。同様にその 10 年後、これまででもっとも協力かつ独立志向の高い総裁と一般的に見られている三重野総裁は、1989 年初めから 1990 年末にかけて金利を 2.5%から 6.0%に引き上げ、これによりバブル経済と資産価格インフレをとめることに成功した(あるいはおそらく成功しすぎた)。」(p.220)

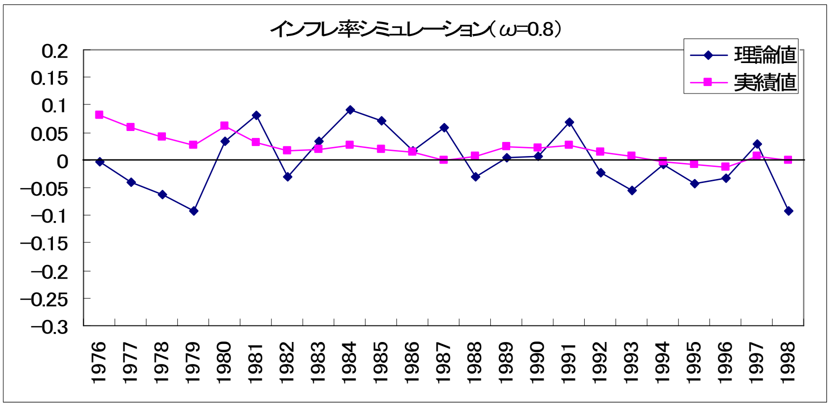
[9] オイルショック後の公債の累増を受けて、1980 年を「財政再建元年」と設定し、積極的な財政改革が行われた。たとえば、81 年度予算では当初予算ベースで約 2 兆円の公債発行額の減額が行われ、82 年度予算では概算要求の段階で一律ゼロシーリングの設定がなされる等の歳出抑制が行われている。

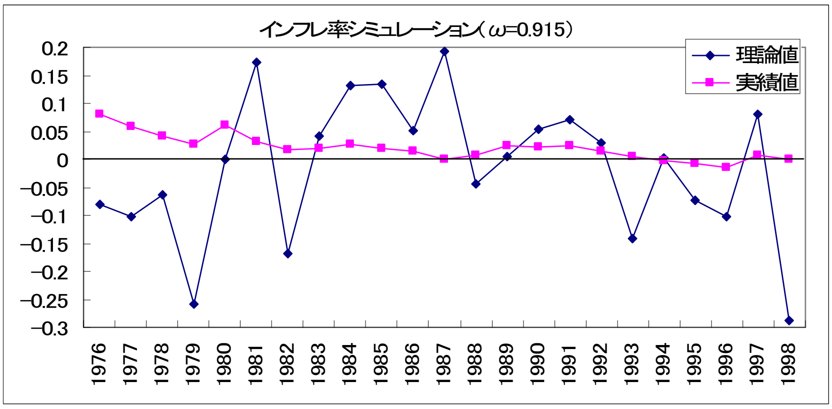
[10] オイルショック後の景気低迷により、1975 年度には特例地方債（減収補填債）が発行さ

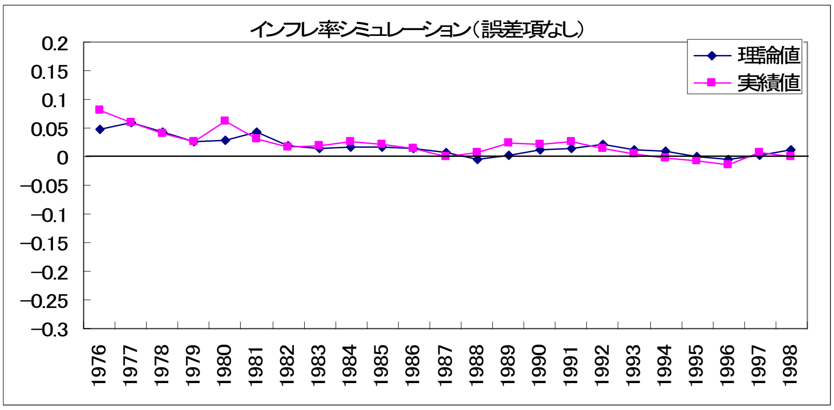
図 5【1975～1998】のシミュレーション結果

れた以降、それまでの地方公共事業の財源を担うという建設国債的な正当化される借金（後年まで便益が及ぶと言う意味で）から、地方一般財源の不足を補うという財源対策上の役割も果たすようになった。さらに、1980 年代後半以降には地方債は国の財政再建への協力という意味合いも含むようになった。具体的にはそれまでの地方公共団体への補助金が減額される（特に、地方公共事業に対する補助金の減額）という形で現れた。たとえば、84 年度に 2/3 であった公立学校施設整備費負担金の負担率が 85 年度には 6/10 に、86 年度には 5.5/10 へと引き下げられ、84 年度に 2/3 であった治山事業費補助金は 85 年度には 6/10 に、86 年度には 5.5/10 に、87 年度には 5.25/10 に引き下げられた。また、地方の増えた債務の元利償還費を後年度の交付税で財源措置を行うとしたことを考慮すると地方が国の借金を肩代わりするようになったということができる。


インフレ率シミュレーション（ω=0.7）
理論値
実績値


インフレ率シミュレーション（ω=0.8）
理論値
実績値


インフレ率シミュレーション（ω=0.915）
理論値
実績値


インフレ率シミュレーション（誤差項なし）
理論値
実績値

## ６．結論

以上「財政の持続可能性」「物価水準の財政理論」及び後者に関する実証分析をおこなった。

政府債務の持続可能性の検証は政府の予算制約式が満たされているかを検証する方法と、政府が無限先までを考慮に入れた異時点間の予算制約式を満たすような財政運営ルールを行っているかを検証する方法の大きく 2 つに分けることができた。前者はさらに直接横断性条件を調べる方法と、間接的に共和分関係を調べる方法に分けることができた。

後者の財政運営ルールは「物価水準の財政理論」につながっていく。この財政運営ルールは「リカーディアン型財政運営ルール」と呼ばれるもので、政府の目標とする政府債務残高を達成するために基礎的財政収支を調節するような財政政策運営を行うものになっている。

政府債務の持続可能性の実証分析の結果は推定方法と推定期間よって大きく結果が違うことが示されてきた。日本に関する持続可能性に関する検証結果も持続可能、持続可能でないに分かれているが、土居・中里(2004)に注目すれば、特に近年の加速度的な公債残高の増加が持続可能でないという結果を引き出していることは間違いない。

物価水準の財政理論は、現在の(あるいは将来も含めた)物価水準を決定する要因として財政政策が大きく影響をもたらすというものであった。財政政策が物価水準に影響を与えるメカニズムは、財源調達に公債を利用する場合、消費者の所有する公債残高が増加し、この公債残高が「非リカーディアン型」財政政策ルールであるならば、消費者は純資産と認識し、資産効果が働くことで、消費者は消費支出を増加させる。その結果需要が増加し物価水準を上昇させることになる。一方「リカーディアン型」財政ルールの場合は、公債残高が将来的には償還されるはずであり、償還のために同額の増税が生じるのであれば所有する公債残高は純資産とはならないと認識されるため、純資産が増加しないのならば資産効果も働かず、結果消費支出が増加することはない。よって、物価水準に対する影響はない。

さらに、物価水準の財政理論の重要な論点として財政政策ルールと金融政策ルールの補完関係が上げられる。両方とも能動的な政策、あるいは受動的な政策を採ると物価水準は均衡を持たず安定しなくなる。安定的な物価水準を達成するためには両者が補完的な役割を果たすことが必要となること示された。

また、物価水準の財政理論は公債の満期構成が物価水準に与える影響も分析することができる。満期構成が長期化すればするほど物価水準の変動はより滑らかに変化することがモデルから示された。

実証分析では残存満期を考慮した Woodford(1998)モデルを日本に応用した土居(2004)の推計をデータの範囲を【普通国債のみ】から【普通国債＋交付国債】データに拡張して FTPL シミュレーションを行った。結果は【1957～1998】の全期間では FTPL は支持されない結果を得たが、1980 年前後で期間を分離し【1957～1980】と【1976～1998】に分けてそれぞれシミュレーションを行った。結果は【1957～1980】では FTPL の適用可能性を示唆す

る結果を得たが、【1976～1998】では得られなかった。またパラメータωによってパフォーマンスも大きく変化し、【1976～1998】期間のシミュレーションを除けば、より長期の満期構造のほうがモデルのパフォーマンスがよい。これはWoodford(1998)でも同様の結果が出ている。

FTPLが成り立ちうるとする【1957～1980】では定性的なデータ面からも金融政策が「受動的」であるため解釈に特別の問題は発生していない。一方【1975～1998】ではFTPLが成り立っていないことが示唆されているが、その原因は、本当は金融政策が「能動的」であるがデータに現れていないのか、それとも金融政策は「受動的」であるが財政政策も「受動的」なため物価水準が不安定な状態にあるのか、それともFTPLは的外れな議論なのか判断しなければならない。【1975～1998】に関して財政政策が「能動的」な非リカーディアン政策なのか「受動的」なリカーディアン政策なのかを分析する必要がある。本稿での地方債を含まないデータ上は財政政策・金融政策ともに「受動的」であることが示唆され、物価水準が非決定の状態に陥っていた可能性がFTPLの理論から示唆される。

現在（2006年1月）、量的緩和解除条件となっているCPIが前年度比でプラスを達成し、量的緩和という超金融緩和の解除時期をめぐって政府と日銀において意見が対立している。政府は国債の調達を意識し、デフレ経済はまだ脱却していないとの主張から量的緩和解除時期延長を日銀に求め、一方で金融政策の独立性を重んじる日銀はコミットメントを重視し、宣言通りに量的緩和解除を実行しようとしている。政府と日銀のこのような対立の一方で、量的緩和の出口として安定的なインフレ率を達成するためにインフレターゲット論が再燃している。望ましい物価水準あるいはインフレ率の推移を達成するためには政府と中央銀行どちらが「能動的」でどちらが「受動的」であるべきなのか、各国での例を検証しながら慎重に決定されることが今求められている。

## 補論A　Hamilton and Flavin(1986)推定式の導出

無限先までの$S_t$の割引現在価値の期待値が$S_t$のラグによって導出されるかは以下の式展開を見てほしい。

実質利子率が推定期間で一定と仮定すると予算制約式は次のように書けた。

$$B_t = A_0(1+r)^t + E_t\sum_{j=1}^{\infty}(1+r)^{-j}S_{t+j} + n_t \tag{A.1}$$

ここで、

$$n_t = k + \varepsilon_{1t} \tag{A.2}$$

と仮定し、$S_t$の生成過程が

$$S_t = k_2 + a_1 S_{t-1} + a_2 S_{t-2} + a_3 S_{t-3} + \varepsilon_{2t}$$

の式で示されると考えると、(A.1)式の右辺の第2項は以下の式で示される。

$$\begin{aligned}\hat{E}_t\sum_{j=1}^{\infty}b^j S_{t+j} &= \frac{bk_2}{(1-b)(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)} + \frac{(a_1b+a_2b^2+a_3b^3)S_t}{(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)} \\ &\quad + \frac{(a_2b+a_3b^2)S_{t-1}}{(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)} + \frac{(a_3b)S_{t-2}}{(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)}\end{aligned} \tag{A.3}$$

ここで、$b \equiv 1/(1+r)$である。(A.2)と(A.3)を(A.1)に代入すると

$$\begin{aligned}B_t &= A_0(1+r)^t + k_1 + \frac{(a_1b+a_2b^2+a_3b^3)S_t}{(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)} \\ &\quad + \frac{(a_2b+a_3b^2)S_{t-1}}{(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)} + \frac{(a_3b)S_{t-2}}{(1-a_1b-a_2b^2-a_3b^3)} + \varepsilon_{1t}\end{aligned}$$

が得られ、$E_t\sum_{i=1}^{\infty}\prod_{j=1}^{i}(1+r_{t+j})^{-1}S_{t+i}$が$S_t, S_{t-1}, \cdots, S_{t-p+1}$で説明することができることが示された。

## 補論 B　財政政策ルール

財政政策ルールには「リカーディアン型」と「非リカーディアン型」の 2 つがあることを説明したが、ここでは数式を用いてより具体的に見ていく。

「リカーディアン型」は必ず（6）を満たすような $s_t$ を決定する財政運営ルールを意味する。これに数式で表現すると、

$$s_t = \bar{s} + \gamma_b (b_t - \bar{b}) \quad \text{【財政運営ルール】}$$

( $b_t = B_{t-1} / P_t$ , $\bar{b}$ は政府の設定する実質公債残高水準, $\gamma_b \geq 0$ , $\bar{s} = r\bar{b}$ )という財政運営ルールとなる。これに従うならば、政府は目標残高をあらかじめ決定しており、目標残高を超えた場合、財政余剰を増やすような財政政策を行い、逆に目標残高を下回った場合、財政余剰を減らすような財政政策を行う。

この財政運営ルールのパラメータ $\gamma_b$ の値が「リカーディアン型」と「非リカーディアン型」を分けることになる。結論を先に述べれば、$|1-\gamma_b| < 1$ を満たす場合、財政調整が行われることを示すため「リカーディアン型」、それ以外の場合は、財政調整が行われない、あるいは適切でないため「非リカーディアン型」になる。

説明のために（6）式の $M_t$ を無視して簡単化すると次のようになる。

$$b_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left( \frac{1}{1+r} \right)^j s_{t+j}$$

この式を分解すると、

$$b_{t+1} = (1+r)(b_t - s_t) \quad \text{【毎期満たされるべき予算制約】}$$

$$\lim_{T \to \infty} \frac{b_T}{(1+r)^{T-t}} = 0 \quad \text{【横断性条件】}$$

の 2 つの式で表すことができる。【毎期満たされるべき予算制約】に【財政運営ルール】を代入すると、

$$b_{t+1} = (1+r)(1-\gamma_b) b_t + (1+r)(\gamma_b \bar{b} - \bar{s})$$

という差分方程式が得られる。現在を 0 期とすると、任意の T 期で以下の式が成り立っていることが導き出せる。

$$\frac{b_T}{(1+r)^T} = (1-\gamma_b)^T b_0 + \frac{1 + (1+r)(1-\gamma_b) + \cdots + (1+r)^{T-1}(1-\gamma_b)^{T-1}}{(1+r)^{T-1}} (\gamma_b \bar{b} - \bar{s})$$

T→∞としたときに、$|1-\gamma_b| < 1$ であれば右辺の 2 つの項は必ず 0 に収束するため、先に述べたように「リカーディアン型」となり、それ以外の場合は右辺は発散してしまうため、横断条件を満たさない「非リカーディアン型」となる。

## 補論 C 金融政策ルール

一方、2 つの金融政策ルールも以下のような目標値に対して調整するテイラールールにどのように従うかによって分けることができる。

$i_t = (r + \bar{\pi}) + \gamma_\pi (\pi_t - \bar{\pi})$ 【金融政策ルール】

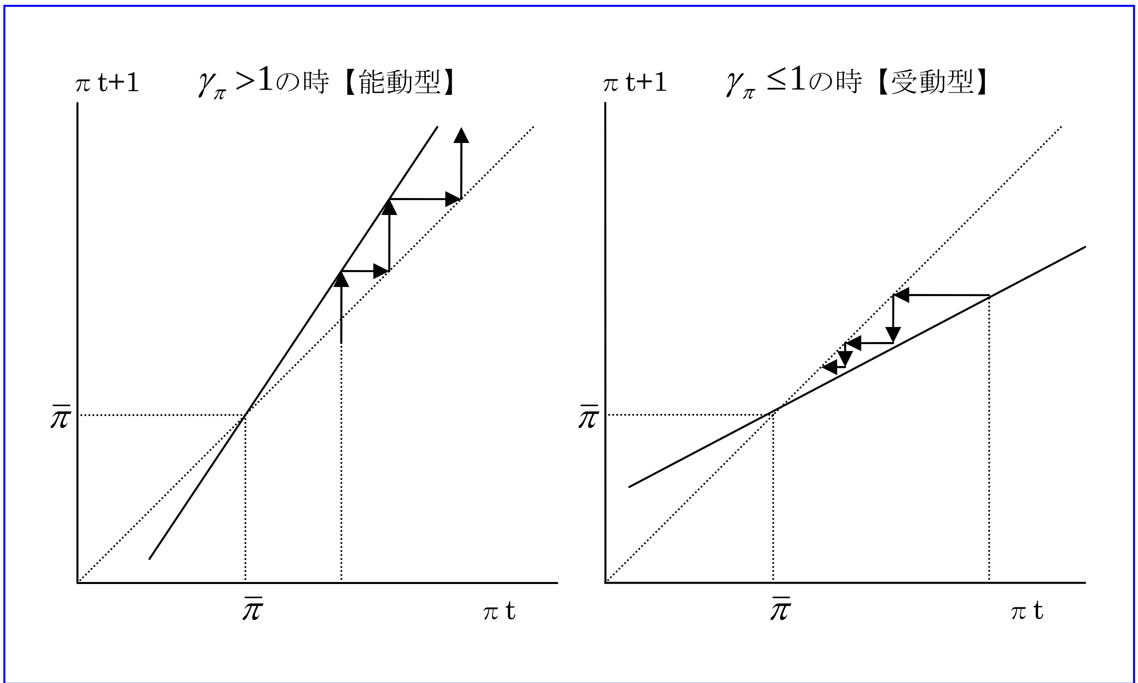
ここで、$\gamma_\pi$ は金融調整パラメータ、$\pi_t$ は t 期のインフレ率を示し、$\bar{\pi}$ は中央銀行の目標インフレ率である。ここでも先に結論を示すならば、$\gamma_\pi > 1$ を満たす場合はインフレ率を目標値に収束させることができ、一方 $\gamma_\pi \leq 1$ の場合は、インフレ率を目標値に収束させることに失敗する。

【金融政策ルール】にフィッシャー方程式を代入すると $\pi_t$ に関する以下の差分方程式が得られる。

$\pi_{t+1} = \gamma_\pi \pi_t + (1 - \gamma_\pi)\bar{\pi}$

図を見るとわかるように $\gamma_\pi > 1$ の場合は $\pi_t = \bar{\pi}$ 以外の出発点で $\pi_t$ が始まった場合、発散していくことがわかる。ということは、発散しない経路は唯一 $\pi_t = \bar{\pi}$ のみである。よって、均衡では $\pi_t = \bar{\pi}$ が成立する。一方 $\gamma_\pi \leq 1$ の場合は、$\pi_t = \bar{\pi}$ 以外の出発点でも $\bar{\pi}$ に収束していくことがわかる。ということは、収束するまでの経路は非決定であり、均衡は金融政策によっては決定されない。

図 6【能動的】と【受動的】な金融政策



## 補論Ｄ　長期の国債を考慮した物価水準決定式の導出

t 期の長期の国債をモデルに導入した予算制約式は以下の式になることは先に述べた。

$$B_{t-1}(t)-\sum_{j=1}^{\infty}Q_t(t+j)[B_t(t+j)-B_{t-1}(t+j)]=p_t s_t$$

この式を、無限先までの異時点間予算制約式に書き換えると次のような式になる。

$$p_t=\frac{B_{t-1}(t)}{E_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}(1+r)^{-j}w_{t,j}s_{t+j}\right]} \qquad (\text{D. 1})$$

ここで、

$$w_{t,j}\equiv\sum_{k=0}^{j-1}\frac{B_{t+k}(t+k+j)-B_{t+k-1}(t+k+j)}{B_{t+k+j-1}(t+k+j)}W_{t,k}$$

$$W_{t,1}\equiv\frac{B_t(t+1)-B_{t-1}(t+1)}{B_t(t+1)},W_{t,0}\equiv 1$$

次に、具体的に満期構成の変化が物価水準にどのように影響を与えるかを(D.1)に少し手を加えてみていく。公債の満期構成が次の式で表されるとする。

$$B_{t-1}(t+j)=\theta_j B, \quad j\geq 0$$

ここで、$B$ は定常状態における全満期合計の公債残高であり、$\theta_j$ は t+j 期満期の公債の比率を示す正の定数である。さらに、(D. 1 ) 式の定常状態周りでの変化率を考える、つまり、

$$\tilde{p}_t\equiv\frac{p_t-p}{p},\quad \tilde{s}_t\equiv\frac{s_t-s}{s},\quad \tilde{B}_{t-1}(t+j)\equiv\frac{B_{t-1}(t+j)-\theta_j B}{B}$$

とすると(D.1)は次のような式になる。

$$\tilde{p}_t\approx-\frac{r}{1+r}\sum_{j=0}^{\infty}(1+r)^{-j}\theta^j\sum_{j=0}^{\infty}(1+r)^{-j}W_jE_t\tilde{s}_{t+j}-\sum_{j=0}^{\infty}(1+r)^{-j}D_{j-1}B_{t-1+j}$$

ここで、

$$B_{t-l}\equiv\sum_{k=0}^{\infty}(1+r)^{-k}\tilde{B}_{t+l}(t+l+1+k)$$

$$W_j\equiv\sum_{k=0}^{j-1}(\theta_{j-1}-\theta_j)W_k,\quad W_0\equiv 1,\quad W_1\equiv(\theta_0-\theta_1)$$

$$D_l\equiv\sum_{i=0}^{l+1}(\theta_{i-1}-\theta_i)D_{l-i},\quad D_{-1}\equiv -1,\quad D_0\equiv\theta_1$$

である。この式をもとに政策効果を計算することが可能となる。

## 補論Ｅ　Woodford(1998)モデルの導出

はじめに式を再掲しておく（式番号はふり直す)。

**【政府の予算制約式】** $\tilde{r}_t = \rho(vc_t + sc_t) + dc_t - vc_{t-1}$ （E.1）

**【財政政策とマクロ経済の関係式(VAR)】** $\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$ （E.2）

**【金融政策の政策反応関数】** $R_t = \phi_p \tilde{\pi}_t + \alpha' \mathbf{x}_t$ （E.3）

**【フィッシャー方程式】** $E_t \tilde{r}_{t+1} = R_t - E_t \tilde{\pi}_{t+1}$ （E.4）

**【満期構造・公債価格・公債収益率の関係式】** $\tilde{r}_t = \omega q_t - q_{t-1} - \tilde{\pi}_t$ （E.5）

**【公債価格と短期金利の関係式】** $q_t = -\sum_{j=0}^{\infty} \omega^j E_t R_{t+j}$ （E.6）

はじめに（１３）式を導出する。

（E.１）をベクトル表記すると

$$\tilde{r}_t = \lambda_0' \mathbf{x}_t + \lambda_1' \mathbf{x}_{t-1} \qquad \text{（E.1）'}$$

となる。

（E.4）を期待インフレ率について解き、（E.1）′（E.2）（E.3）を代入すると

$$\begin{aligned} E_t \tilde{\pi}_{t+1} &= \phi_p \tilde{\pi}_t + \alpha' \mathbf{x}_t - \lambda_0' E_t \mathbf{x}_{t+1} - \lambda_1' \mathbf{x}_t \\ &= \phi_p \tilde{\pi}_t + \alpha' \mathbf{x}_t - \lambda_0' \mathbf{A} \mathbf{x}_t - \lambda_1' \mathbf{x}_t \\ &= \phi_p \tilde{\pi}_t + (\alpha' - \lambda_0' \mathbf{A} - \lambda_1') \mathbf{x}_t \\ &= \phi_p \tilde{\pi}_t + \gamma' \mathbf{x}_t \end{aligned} \qquad \text{（E.7）}$$

となる（(E.7）の最後の式は以降の計算の便宜上記号をまとめた)。(E.7）式によって**期待インフレ率**が１期前のインフレ率と財政・経済変数によって構築することができた。

では**均衡インフレ率**はどのように決定するのであろうか。ここでまだ使っていない（E.5）（E.6）式が重要な役割をもつ。これは金融政策当局の政策変数である短期金利の将来にわたる期待値と事後的な政府債務の実質収益率が満たしていなければならない関係を示している。**均衡インフレ率**は（E.5）式から公債価格と事後的実質公債収益率によって決定されることがわかる。公債価格は将来にわたる金融当局の政策変数の期待値によって決まり、その金融当局の政策金利は（現在のインフレ率,マクロ経済変数,財政当局の政策変数）によって決まる。また事後的公債収益率は（マクロ経済変数,財政当局の政策変数）によって決まる。結局**均衡インフレ率**は（過去のインフレ率,マクロ経済変数,財政当局の政策変数）によって決定されることがわかる。以下これを数式展開によって確認していく。

（E.5）式をインフレ率について解き、(E.1）’（E.2）（E.6）式を代入すると次の式のようになる。

$$\tilde{\pi}_t = \omega\left[-\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j E_t[\phi_p\tilde{\pi}_{t+j} + \alpha'\mathbf{x}_{t+j}]\right] - \left[-\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j E_{t-1}[\phi_p\tilde{\pi}_{t-1+j} + \alpha'\mathbf{x}_{t-1+j}]\right]$$
$$-(\lambda_0'\mathbf{A} - \lambda'_1)\mathbf{x}_{t-1} - \lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$

以下、これを展開していくと

$$\tilde{\pi}_t = -(\lambda_0'\mathbf{A} - \lambda'_1)\mathbf{x}_{t-1} - \lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$
$$-\begin{bmatrix}\omega\phi_p\tilde{\pi}_t + \omega^2\phi_p E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \omega^3\phi_p E_t\tilde{\pi}_{t+2} + \cdots \\ +\omega\alpha'\mathbf{x}_t + \omega^2\alpha' E_t\mathbf{x}_{t+1} + \omega^3\alpha' E_t\mathbf{x}_{t+2} + \cdots\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\phi_p\tilde{\pi}_{t-1} + \omega\phi_p E_{t-1}\tilde{\pi}_t + \omega^2\phi_p E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+1} + \cdots \\ +\alpha'\mathbf{x}_{t-1} + \omega\alpha' E_{t-1}\mathbf{x}_t + \omega^2\alpha' E_{t-1}\mathbf{x}_{t+1} + \cdots\end{bmatrix}$$
$$= \phi_p\tilde{\pi}_{t-1} + \gamma'\mathbf{x}_{t-1} - \lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$
$$-\begin{bmatrix}\omega\phi_p(\tilde{\pi}_t - E_{t-1}\tilde{\pi}_t) + \omega^2\phi_p(E_t\tilde{\pi}_{t+1} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+1}) + \omega^3\phi_p(E_t\tilde{\pi}_{t+2} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+2}) + \cdots \\ +\omega\alpha'(\mathbf{x}_t - E_{t-1}\mathbf{x}_t) + \omega^2\alpha'(E_t\mathbf{x}_{t+1} - E_{t-1}\mathbf{x}_{t+1}) + \omega^3\alpha'(E_t\mathbf{x}_{t+2} - E_{t-1}\mathbf{x}_{t+2}) + \cdots\end{bmatrix}$$

となる。上の式からわかるように**均衡インフレ率**はインフレ率と VAR 変数の将来にわたる前期と今期の期待値の差によって得られ、**期待インフレ率**との差、つまり（１４）式の推計誤差は上の式の大括弧内と一致するはずである。さらに、この経済に対するショックは（E.2）式の VAR によってのみ生み出されるので

$$\tilde{\pi}_t - E_{t-1}\tilde{\pi}_t = \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$

とする VAR 誤差の線形結合となるはずである。これにより、

$$E_t\tilde{\pi}_{t+1} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+1} = E_t(\phi_p\tilde{\pi}_t + \gamma'\mathbf{x}_t + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}) - E_{t-1}(\phi_p\tilde{\pi}_t + \gamma'\mathbf{x}_t + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1})$$
$$= \phi_p(\tilde{\pi}_t - E_{t-1}\tilde{\pi}_t) + \gamma'(\mathbf{x}_t - E_{t-1}\mathbf{x}_t)$$
$$= \phi_p\mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \gamma'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$
$$E_t\tilde{\pi}_{t+2} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+2} = E_t(\phi_p\tilde{\pi}_{t+1} + \gamma'\mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+2}) - E_{t-1}(\phi_p\tilde{\pi}_{t+1} + \gamma'\mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+2})$$
$$= \phi_p(E_t\tilde{\pi}_{t+1} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+1}) + \gamma'(\mathbf{x}_{t+1} - E_{t-1}\mathbf{x}_{t+1})$$
$$= \phi_p(\phi_p\mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \gamma'\boldsymbol{\varepsilon}_t) + \gamma'\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_t$$
$$= \phi_p^2\mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \phi_p\gamma'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \gamma'\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_t$$
$$E_t\tilde{\pi}_{t+3} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+3} = E_t(\phi_p\tilde{\pi}_{t+2} + \gamma'\mathbf{x}_{t+2} + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+3}) - E_{t-1}(\phi_p\tilde{\pi}_{t+2} + \gamma'\mathbf{x}_{t+2} + \mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+3})$$
$$= \phi_p(E_t\tilde{\pi}_{t+2} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+2}) + \gamma'(\mathbf{x}_{t+2} - E_{t-1}\mathbf{x}_{t+2})$$
$$= \phi_p(\phi_p^2\mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \phi_p\gamma'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \gamma'\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_t) + \gamma'\mathbf{A}^2\boldsymbol{\varepsilon}_t$$
$$= \phi_p^3\mathbf{f}'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \phi_p^2\gamma'\boldsymbol{\varepsilon}_t + \phi_p\gamma'\mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}_t + \gamma'\mathbf{A}^2\boldsymbol{\varepsilon}_t$$

…

となるので、

$$
\begin{aligned}
\tilde{\pi}_t &= \phi_p \tilde{\pi}_{t-1} + \gamma' \mathbf{x}_{t-1} - \lambda_0' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&\quad - \left[ \omega\phi_p (\tilde{\pi}_t - E_{t-1}\tilde{\pi}_t) + \omega^2 \phi_p (E_t \tilde{\pi}_{t+1} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+1}) + \omega^3 \phi_p (E_t \tilde{\pi}_{t+2} - E_{t-1}\tilde{\pi}_{t+2}) + \cdots \right] \\
&\quad - \left[ \omega\alpha' (\mathbf{x}_t - E_{t-1}\mathbf{x}_t) + \omega^2 \alpha' (E_t \mathbf{x}_{t+1} - E_{t-1}\mathbf{x}_{t+1}) + \omega^3 \alpha' (E_t \mathbf{x}_{t+2} - E_{t-1}\mathbf{x}_{t+2}) + \cdots \right] \\
&= \phi_p \tilde{\pi}_{t-1} + \gamma' \mathbf{x}_{t-1} - \lambda_0' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&\quad - \begin{bmatrix} \omega\phi_p \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \omega^2 \phi_p^2 \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^2 \phi_p \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \omega^3 \phi_p^3 \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^3 \phi_p^2 \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^3 \phi_p \gamma' \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \omega^4 \phi_p^4 \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^4 \phi_p^3 \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^4 \phi_p^2 \gamma' \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^4 \phi_p \gamma' \mathbf{A}^2 \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \cdots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega\alpha' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \omega^2 \alpha' \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \omega^3 \alpha' \mathbf{A}^2 \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \omega^4 \alpha' \mathbf{A}^3 \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ + \cdots \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

ここで、

$$
\begin{aligned}
s_1 &= \omega\phi_p \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\
s_2 &= \omega^2 \phi_p^2 \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^2 \phi_p \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t = \omega\phi_p s_1 + \omega^2 \phi_p \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t \\
s_3 &= \omega^3 \phi_p^3 \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^3 \phi_p^2 \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^3 \phi_p \gamma' \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t = \omega\phi_p s_2 + \omega^3 \phi_p \gamma' \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\
s_4 &= \omega^4 \phi_p^4 \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^4 \phi_p^3 \gamma' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^4 \phi_p^2 \gamma' \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^4 \phi_p \gamma' \mathbf{A}^2 \boldsymbol{\varepsilon}_t = \omega\phi_p s_3 + \omega^4 \phi_p \gamma' \mathbf{A}^2 \boldsymbol{\varepsilon}_t
\end{aligned}
$$

とすると、

$$
\{s_1 + s_2 + s_3 + \cdots\} = \omega\phi_p \{s_1 + s_2 + s_3 + \cdots\} + \omega\phi_p \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^2 \phi_p \gamma' \{\mathbf{I} + \omega\mathbf{A} + \omega^2 \mathbf{A}^2 + \cdots\} \boldsymbol{\varepsilon}_t
$$

$$
(1 - \omega\phi_p) \{s_1 + s_2 + s_3 + \cdots\} = \omega\phi_p \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega^2 \phi_p \gamma' \{\mathbf{I} + \omega\mathbf{A} + \omega^2 \mathbf{A}^2 + \cdots\} \boldsymbol{\varepsilon}_t
$$

$$
\{s_1 + s_2 + s_3 + \cdots\} = \frac{\omega\phi_p}{1 - \omega\phi_p} \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \frac{\omega^2 \phi_p}{1 - \omega\phi_p} \gamma' (\mathbf{I} - \omega\mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t
$$

と計算できるので

$$
\tilde{\pi}_t - (\phi_p \tilde{\pi}_{t-1} + \gamma' \mathbf{x}_{t-1}) = -\lambda_0' \boldsymbol{\varepsilon}_t - \left[ \frac{\omega\phi_p}{1 - \omega\phi_p} \mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \frac{\omega^2 \phi_p}{1 - \omega\phi_p} \gamma' (\mathbf{I} - \omega\mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t + \omega\alpha' (\mathbf{I} - \omega\mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t \right]
$$

から

$$
\mathbf{f}' \boldsymbol{\varepsilon}_t = -\lambda_0' \boldsymbol{\varepsilon}_t - \left[ \frac{\omega\phi_p}{1 - \omega\phi_p} \mathbf{f}' + \frac{\omega^2 \phi_p}{1 - \omega\phi_p} \gamma' (\mathbf{I} - \omega\mathbf{A})^{-1} + \omega\alpha' (\mathbf{I} - \omega\mathbf{A})^{-1} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_t
$$

となり誤差ベクトルにかかるベクトルを解けばよい。すると、

$$\mathbf{f}' = -\left[\frac{\omega\phi_p}{1-\omega\phi_p}\mathbf{f}' + \frac{\omega^2\phi_p}{1-\omega\phi_p}\gamma'(\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} + \omega\alpha'(\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1}\right] - \lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$$(1-\omega\phi_p)\mathbf{f}' = -\omega\phi_p\mathbf{f}' - \omega^2\phi_p\gamma'(\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - (1-\omega\phi_p)\omega\alpha'(\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - (1-\omega\phi_p)\lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}' &= [(\omega\phi_p - 1)\omega\alpha' - \omega^2\phi_p\gamma'](\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - (1-\omega\phi_p)\lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&= [\omega^2\phi_p\alpha' - \omega\alpha' - \omega^2\phi_p(\alpha' - \lambda_0'\mathbf{A} - \lambda_1')](\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - (1-\omega\phi_p)\lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&= [\omega^2\phi_p\lambda_0'\mathbf{A} + \omega^2\phi_p\lambda_1' + \omega\phi_p\lambda_0' - \omega\phi_p\lambda' - \omega\alpha'](\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - (1-\omega\phi_p)\lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&= [\omega\phi_p\lambda_0' + \omega^2\phi_p\lambda_1' - \omega\alpha' - \omega\phi_p\lambda_0'(\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})](\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - (1-\omega\phi_p)\lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&= [\omega\phi_p(\lambda_0' + \omega\lambda_1') - \omega\alpha'](\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - \omega\phi_p\lambda_0' - (1-\omega\phi_p)\lambda_0'\boldsymbol{\varepsilon}_t \\
&= [\omega\phi_p(\lambda_0' + \omega\lambda_1') - \omega\alpha'](\mathbf{I}-\omega\mathbf{A})^{-1} - \lambda_0'
\end{aligned}$$

となる。

## ＜参考文献＞


Abel, Andrew. B., N. Gregory Mankiw, Lawrence H. Summers and Richard J.Zeckhauser,1989,"Assessing Dynamic Efficiency:Theory and Evidence,"Review of Economic Studies,56,1-20

Ahmed, Shaghil and John H. Rogers, 1995, "Government budget Deficits and Trade Deficits Are Present Value Constraints Satisfied in Long-term Data?," Journal of Monetary Economics, 36, 351-374

Blanchard, Olivier, Jean-Claude Chouraqui, Robert P. Hagemann and Nicola Sartor, 1990, "The Sustainability of Fiscal Policy: New Answers to an Old Question," 15, 7-36

Bohn, Henning, 1995, "The Sustainability of Budget Deficits in a Stochastic Economy," Journal of Money, Credit, and Banking, 27, 257-271

Bohn, Henning, 1998, "The Behavior of U.S. Public Debt and Deficits," Quarterly Journal of Economics, 113, 949-963

Cochrane, John H., 2001,"A Frictionless View of U.S. Inflation" NBER Macroeconomics Annual 13, 323-384

Cochrane, John H., 2001, "Long-Term Debt and Optimal Policy in the Fiscal Theory of the Price Level," Econometrica, 69, 69-116

Fukuda, Shinichi and H. Teruyama, 1994, "The Sustainability of Budget Deficits in Japan," Hitotsubashi Journal of Economics, 35, 109-119

Hakkio, Craig S. and Mark Rush, 1991, "Is the Budget Deficit 'Too Large?'" Economic Inquiry, 29, 429-445

Hamilton, James D. and Marjorie A. Flavin, 1986, "On the Limitations of Government Borrowing: A Framework for Empirical Testing," American Economic Review, 76, 808-816

Haug, Alfred A. ,1991, "Cointegration and Government Borrowing Constraints: Evidence for the United States," Journal of Business and Economic Statistics, 9, 97-101

Henning, C. Randall. 1994. "Currencies and Politics in the United States, Germany, and Japan." Institute for International Economics

Ihori Toshihiro, Takero Doi and H. Kondo,2001,"Japanese Fiscal Reform: Fiscal Reconstruction and Fiscal Policy", Japan and the World Economy,13,351-370

Leeper, Eric M., 1991, "Equilibria under 'Active' and 'Passive' Monetary and Fiscal Policies," Journal of Monetary Economics, 27, 129-147

Wilcox,David W, 1989, "The Sustainability of Government Deficits: Implications of the Present-Value Borrowing Constraint", Journal of Money, Credit and Banking, 21, 291-306

Woodford, Michael, 1998, "Comment on John Cochrane, 'A Frictionless View of U.S. Inflation'," NBER Macroeconomics Annual 13, 390-418

伊藤隆敏・トーマスカーギル・マイケルハッチソン著,北村行伸監訳,『金融政策の政治経済学上巻』2002,東洋経済新報社

加藤久和,1997,「財政赤字の現状と政府債務の持続可能性」『電力中央研究所報告』Y97001

釜江廣志,2005,『日本の国債市場と情報』有斐閣

河北力,2003,『図説　日本の財政　平成 15 年度版』東洋経済新報社

河越正明・広瀬哲樹,2003,「FTPL (Fiscal Theory of Price Level) をめぐる論点について」ESRI Discussion Paper Series, 35, 内閣府経済社会総合研究所

作田隆文,1987,「政府の財源調達と利子率」,藪下史郎,浅子和美編著『日本経済と財政政策』東洋経済新報社

竹田陽介, 2002, 「デフレ下における財政政策ルールを求めて」『フィナンシャル・レビュー』64, 140-179, 財務省財務総合政策研究所

土居丈朗,2004,「物価水準の財政理論と国債管理政策」, 井堀利宏編『日本の財政赤字』第９章, 岩波書店

土居丈朗・中里透, 1998, 「国債と地方債の持続可能性－地方財政対策の政治経済学－」『フィナンシャル・レビュー』47, 76-105

土居丈朗・中里透,2004,「公債の持続可能性　国と地方の財政制度に即した分析」, 井堀利宏編『日本の財政赤字』第３章, 岩波書店

林宜嗣,1999,『地方財政』有斐閣

本間正明,1996,「財政赤字の経済分析―公債の中立命題の再検証」『公共債をめぐる諸問題』, 金融調査研究会

渡辺努・岩村充, 2002, 「ゼロ金利制約下の物価調整」『フィナンシャル・レビュー』64, 110-139, 財務省財務総合政策研究所

渡辺努・岩村充著,2004,『新しい物価理論』岩波書店